

Základy biostatistiky

(MD710P09)

ak. rok 2008/2009

Karel Zvára

karel.zvara@mff.cuni.cz

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~zvara>

katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky MFF UK

(naposledy upraveno 31. března 2009)



příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

příklad

- ▶ v roce 1951 bylo provedeno rozsáhlé měření výšky desetiletých hochů, byla vyšetřena v populaci desetiletých:
 $\mu = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ na základě výběru pořízeného v roce 1961 máme rozhodnout, zda se po deseti letech výška populace desetiletých zvýšila
- ▶ hodnoty zjištěné v roce 1961 [cm]: 130, 140, 136, 141, 139, 133, 149, 151, 139, 136, 138, 142, 127, 139, 147
- ▶ $\bar{x} = 139,13$, $s^2 = 6,56^2$, vše v cm
- ▶ výběr z roku 1961 mohl obsahovat jiných 15 hochů, tedy mohl vést k jinému průměru
- ▶ stačí rozdíl $139,13 - 136,1$, abychom prokázali změnu?

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **nelíší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme o čem budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **nelíší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme o čem budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **nelíší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme **o čem** budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **nelíší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme **o čem** budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **neliší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme **o čem** budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **neliší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme **o čem** budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

testování statistických hypotéz

[hypothesis testing, null hypothesis, alternative hypothesis, critical (rejection) region, Type I (II) error, significance level]

- ▶ **nulová hypotéza** H_0 : tvrzení o populaci (parametru), o jehož platnosti rozhodujeme (**není** rozdíl, **nezávisí**, **nelíší** se od ...)
- ▶ **alternativní hypotéza** H_1 : (alternativa) zbývající možnost (k H_0), často „vědecká hypotéza“, kterou chceme dokázat
- ▶ volba mezi H_0, H_1 dána, volíme **o čem** budou hypotézy
- ▶ **kritický obor**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 zamítáme; zpravidla popsán pomocí statistiky (např. $|Z| \geq z(\alpha/2)$)
- ▶ **obor přijetí**: možné výsledky pokusu, kdy H_0 nezamítáme
- ▶ **chyba prvního druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí zamítnout H_0 , když platí H_0 , tj. falešně prokázat „vědeckou hypotézu“
- ▶ **chyba druhého druhu**: (náhodný jev) rozhodnutí nezamítnout H_0 , když platí H_1 , tj. nepoznat neplatnost H_0

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)

- ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
- ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku

- ▶ **síla testu $1 - \beta$**

- ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
- ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
- ▶ závisí na tom, co opravdu platí

- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**

- ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
- ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
- ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy

- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

statistické rozhodování

[significance level, power, p-value]

- ▶ **hladina testu α** (zpravidla 5 %, 1 %)
 - ▶ maximální dovolená pst chyby prvního druhu
 - ▶ volí se před pokusem, nezávisle na jeho výsledku
- ▶ **síla testu $1 - \beta$**
 - ▶ pravděpodobnost zamítnutí neplatné H_0
 - ▶ pst, s jakou prokážeme platnou „vědeckou hypotézu“
 - ▶ závisí na tom, co opravdu platí
- ▶ **dosažená hladina testu p (p -hodnota)**
 - ▶ za platnosti H_0 určená pst, že dostaneme statistiku, která stejně nebo ještě méně podporuje H_0
 - ▶ nejmenší hladina α , na které lze ještě H_0 zamítnout
 - ▶ „stupeň důvěry“ v platnost nulové hypotézy
- ▶ H_0 se **zamítá**, právě když $p \leq \alpha$ (zapamatovat)

testování statistických hypotéz

rozhodnutí	skutečnost	
	H_0 platí	H_0 neplatí
H_0 zamítnout (reject)	chyba 1. druhu $(\leq \alpha)$	správné rozhodnutí $(1 - \beta)$
H_0 nezamítnout (accept)	správné rozhodnutí $(\geq 1 - \alpha)$	chyba 2. druhu (β)

- ▶ zamítnutí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v kritickém oboru
- ▶ přijetí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v oboru přijetí
- ▶ nikdy spolehlivě nevíme, zda H_0 platí

testování statistických hypotéz

rozhodnutí	skutečnost	
	H_0 platí	H_0 neplatí
H_0 zamítnout (reject)	chyba 1. druhu $(\leq \alpha)$	správné rozhodnutí $(1 - \beta)$
H_0 nezamítnout (accept)	správné rozhodnutí $(\geq 1 - \alpha)$	chyba 2. druhu (β)

- ▶ zamítnutí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v kritickém oboru
- ▶ přijetí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v oboru přijetí
- ▶ nikdy spolehlivě nevíme, zda H_0 platí

testování statistických hypotéz

rozhodnutí	skutečnost	
	H_0 platí	H_0 neplatí
H_0 zamítnout (reject)	chyba 1. druhu $(\leq \alpha)$	správné rozhodnutí $(1 - \beta)$
H_0 nezamítnout (accept)	správné rozhodnutí $(\geq 1 - \alpha)$	chyba 2. druhu (β)

- ▶ zamítnutí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v kritickém oboru
- ▶ přijetí $\Leftrightarrow$ výsledek pokusu v oboru přijetí
- ▶ nikdy spolehlivě nevíme, zda H_0 platí

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe

▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$

▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe

▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$

▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

rozhodování o populačním průměru normálního rozdělení (σ známé)

- ▶ $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ **nezávislé**; $\sigma > 0$ známe
- ▶ $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, tedy $S.E.(\bar{X}) = \sigma/\sqrt{n}$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (dané číslo, jiný zápis $H_0 : \mu - \mu_0 = 0$)

- ▶ platí-li H_0 , pak
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S.E.(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0 \Rightarrow$ kritický obor: $|Z|$ velké, tj. $|Z| \geq z(\alpha/2)$

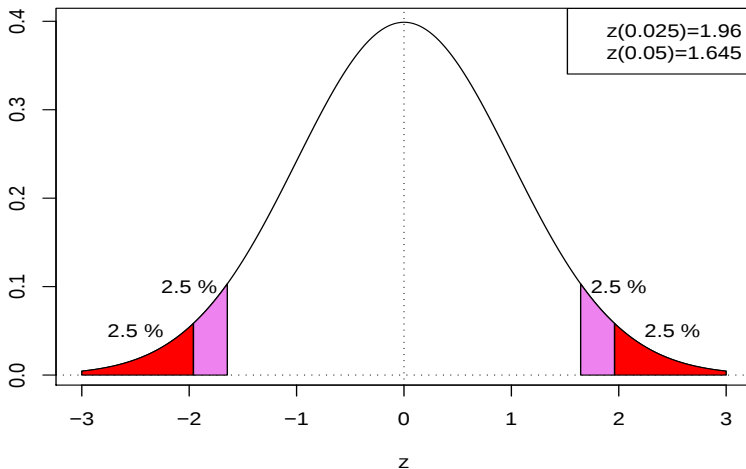
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$: zamítnout pro $Z \geq z(\alpha)$

- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$: zamítnout pro $Z \leq -z(\alpha)$

- ▶ volba jednostranné alternativy jen podle zadání úlohy, nikoliv podle výsledku pokusu

kritický obor pro Z

červeně na 5% hladině, červeně a fialově na 10% hladině



příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13$ cm
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1 \text{ cm}$, $\sigma = 6,4 \text{ cm}$
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13 \text{ cm}$
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1 \text{ cm}$, $\sigma = 6,4 \text{ cm}$
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13 \text{ cm}$
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1 \text{ cm}$, $\sigma = 6,4 \text{ cm}$
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13 \text{ cm}$
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1 \text{ cm}$, $\sigma = 6,4 \text{ cm}$
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13 \text{ cm}$
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13$ cm
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5\%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13$ cm
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

příklad: výška desetiletých chlapců

- ▶ zvolíme klasickou hladinu $\alpha = 5 \%$
- ▶ v roce 1951 velký výběr: $\mu_0 = 136,1$ cm, $\sigma = 6,4$ cm
- ▶ v roce 1961 změřeno $n = 15$ náhodně vybraných desetiletých hochů, $\bar{x} = 139,13$ cm
- ▶ stačí tento vzrůst k důkazu, že nová generace je vyšší?
- ▶ vzrostla výška desetiletých ? $H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu > \mu_0$

$$z = \frac{139,13 - 136,1}{6,4} \sqrt{15} = 1,836$$

- ▶ $z(0,05) = 1,645 < 1,836$, tedy H_0 na 5% hladině **zamítáme**
- ▶ na 5% hladině jsme prokázali, že nová generace je vyšší
- ▶ v případě, že nová generace není vyšší, riskovali jsme jen 5% pravděpodobnost, že budeme nesprávně tvrdit, že vyšší je

výška desetiletých hochů

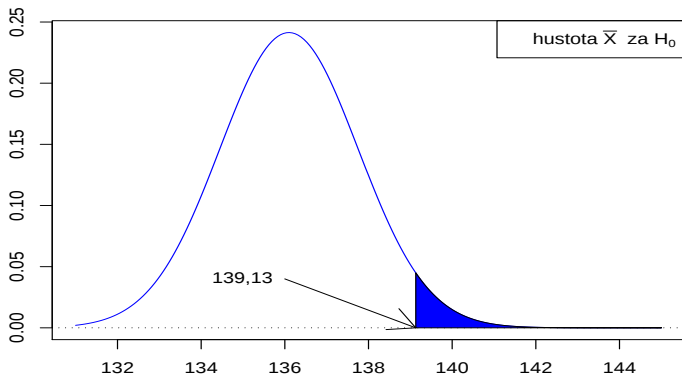
hustota $\bar{X}$ za platnosti hypotézy

- ▶ p -hodnota – pst, že za H_0 vyjde $Z > 1,836$

tj. $\bar{X} > 139,13$

$[1-\text{pnorm}(1.836)]$

- ▶ p -hodnota – modrá plocha napravo od 139,13, $p = 3,3 \%$



výška desetiletých hochů

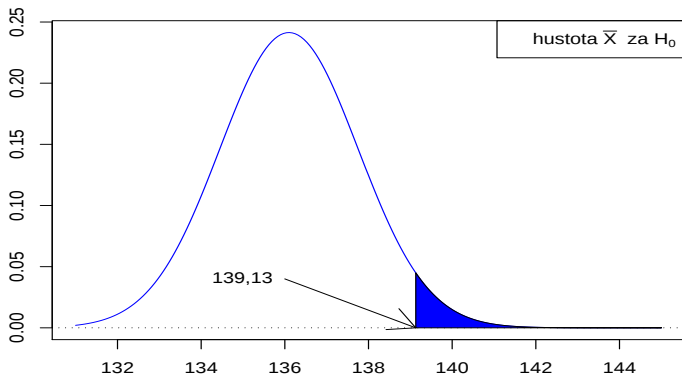
hustota $\bar{X}$ za platnosti hypotézy

- ▶ p -hodnota – pst, že za H_0 vyjde $Z > 1,836$

tj. $\bar{X} > 139,13$

$[1-\text{pnorm}(1.836)]$

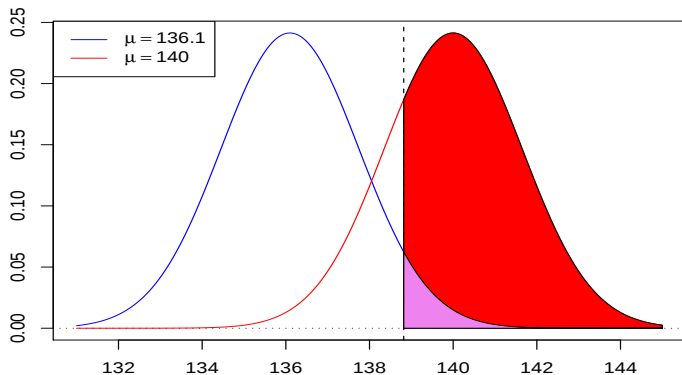
- ▶ p -hodnota – modrá plocha napravo od 139,13, $p = 3,3 \%$



výška desetiletých chlapců

hustota $\bar{X}$ za hypotézy (modře) a při $\mu = 140$ (červeně)

hladina testu – fialová plocha, síla testu – fialová + červená plocha



$$136,1 + 6,4/\sqrt{15} \cdot 1,645 = 138,8$$

volba rozsahu výběru

$H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- ▶ pro zvolenou hodnotu $\mu_1 \neq \mu_0$ požadujeme sílu $1 - \beta$
- ▶ $1 - \beta$ je pravděpodobnost, s jakou odhalíme neplatnost H_0 , je-li skutečnost $\mu = \mu_1$

$$n \geq \left(\frac{z(\alpha/2) + z(\beta)}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2 \sigma^2$$

- ▶ při jednostranné alternativě by bylo $z(\alpha)$ místo $z(\alpha/2)$
- ▶ aby pro $\mu_1 = 140$ byla síla 90 % (tj. $1 - \beta = 0,9$, $\beta = 0,1$, $z(0,1) = 1,282$), bude třeba aspoň

$$n \geq \left(\frac{1,96 + 1,282}{140 - 136,1} \right)^2 6,4^2 = 28,3$$

(místo 15 pozorování jich potřebujeme aspoň 29)

volba rozsahu výběru

$H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- ▶ pro zvolenou hodnotu $\mu_1 \neq \mu_0$ požadujeme sílu $1 - \beta$
- ▶ $1 - \beta$ je pravděpodobnost, s jakou odhalíme neplatnost H_0 , je-li skutečnost $\mu = \mu_1$

$$n \geq \left(\frac{z(\alpha/2) + z(\beta)}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2 \sigma^2$$

- ▶ při jednostranné alternativě by bylo $z(\alpha)$ místo $z(\alpha/2)$
- ▶ aby pro $\mu_1 = 140$ byla síla 90 % (tj. $1 - \beta = 0,9$, $\beta = 0,1$, $z(0,1) = 1,282$), bude třeba aspoň

$$n \geq \left(\frac{1,96 + 1,282}{140 - 136,1} \right)^2 6,4^2 = 28,3$$

(místo 15 pozorování jich potřebujeme aspoň 29)

volba rozsahu výběru

$H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- ▶ pro zvolenou hodnotu $\mu_1 \neq \mu_0$ požadujeme sílu $1 - \beta$
- ▶ $1 - \beta$ je pravděpodobnost, s jakou odhalíme neplatnost H_0 , je-li skutečnost $\mu = \mu_1$

$$n \geq \left(\frac{z(\alpha/2) + z(\beta)}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2 \sigma^2$$

- ▶ při jednostranné alternativě by bylo $z(\alpha)$ místo $z(\alpha/2)$
- ▶ aby pro $\mu_1 = 140$ byla síla 90 % (tj. $1 - \beta = 0,9$, $\beta = 0,1$, $z(0,1) = 1,282$), bude třeba aspoň

$$n \geq \left(\frac{1,96 + 1,282}{140 - 136,1} \right)^2 6,4^2 = 28,3$$

(místo 15 pozorování jich potřebujeme aspoň 29)

volba rozsahu výběru

$H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- ▶ pro zvolenou hodnotu $\mu_1 \neq \mu_0$ požadujeme sílu $1 - \beta$
- ▶ $1 - \beta$ je pravděpodobnost, s jakou odhalíme neplatnost H_0 , je-li skutečnost $\mu = \mu_1$

$$n \geq \left(\frac{z(\alpha/2) + z(\beta)}{\mu_1 - \mu_0} \right)^2 \sigma^2$$

- ▶ při jednostranné alternativě by bylo $z(\alpha)$ místo $z(\alpha/2)$
- ▶ aby pro $\mu_1 = 140$ byla síla 90 % (tj. $1 - \beta = 0,9$, $\beta = 0,1$, $z(0,1) = 1,282$), bude třeba aspoň

$$n \geq \left(\frac{1,96 + 1,282}{140 - 136,1} \right)^2 6,4^2 = 28,3$$

(místo 15 pozorování jich potřebujeme aspoň 29)

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

jednovýběrový t-test

výběr z $N(\mu, \sigma^2)$, σ neznámé

- ▶ n nezávislých pozorování $X_1, \dots, X_n$ z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$
- ▶ $H_0 : \mu = \mu_0$ (populační průměr roven dané konstantě)
- ▶ nutno odhadnout neznámý rozptyl σ^2

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- ▶ statistika (místo σ použijeme S_x)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\text{S.E.}(\bar{X})} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_x} \sqrt{n}$$

- ▶ $H_1 : \mu \neq \mu_0$ zamítnat při $|T| \geq t_{n-1}(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu > \mu_0$ zamítnat při $T \geq t_{n-1}(2\alpha)$
- ▶ $H_1 : \mu < \mu_0$ zamítnat při $T \leq -t_{n-1}(2\alpha)$

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ $H_0 : \mu = 136,1$ proti $H_1 : \mu > 136,1$ ($\alpha = 5 \%$)

$$\bar{x} = 139,133 \quad s_x^2 = 6,556^2$$

$$t = \frac{139,133 - 136,1}{6,556} \sqrt{15} = 1,792 > 1,761 = t_{14}(0,10)$$

$$p = P(T \geq 1,792) = 0,047 \quad (\text{ tj. } 4,7 \%)$$

- ▶ na 5% hladině jsme prokázali zvýšení populačního průměru (H_0 se na 5% hladině **zamítá**)
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="greater")]`

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ $H_0 : \mu = 136,1$ proti $H_1 : \mu > 136,1$ ($\alpha = 5 \%$)

$$\bar{x} = 139,133 \quad s_x^2 = 6,556^2$$

$$t = \frac{139,133 - 136,1}{6,556} \sqrt{15} = 1,792 > 1,761 = t_{14}(0,10)$$

$$p = P(T \geq 1,792) = 0,047 \quad (\text{ tj. } 4,7 \%)$$

- ▶ na 5% hladině jsme prokázali zvýšení populačního průměru (H_0 se na 5% hladině **zamítá**)
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="greater")]`

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ $H_0 : \mu = 136,1$ proti $H_1 : \mu > 136,1$ ($\alpha = 5 \%$)

$$\bar{x} = 139,133 \quad s_x^2 = 6,556^2$$

$$t = \frac{139,133 - 136,1}{6,556} \sqrt{15} = 1,792 > 1,761 = t_{14}(0,10)$$

$$p = P(T \geq 1,792) = 0,047 \quad (\text{ tj. } 4,7 \%)$$

- ▶ na 5% hladině jsme prokázali zvýšení populačního průměru (H_0 se na 5% hladině **zamítá**)
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="greater")]`

výšky hochů pro případ neznámého σ (jiné zadání úlohy)

- ▶ **kdybychom** předem neměli určenu jednostrannou alternativu, ale zvolili $H_1 : \mu \neq 136,1$, pak

$$|t| = |1,792| < 2,145 = t_{14}(0,05)$$

$$p = P(|T| \geq 1,792) = 0,0948 \quad (\text{tj. } 9,48 \%)$$

- ▶ hypotézu na 5% hladině nezamítáme
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="two.sided")]`,
stačí ale `[t.test(hosi,mu=136.1)]`

výšky hochů pro případ neznámého σ (jiné zadání úlohy)

- ▶ **kdybychom** předem neměli určenu jednostrannou alternativu, ale zvolili $H_1 : \mu \neq 136,1$, pak

$$|t| = |1,792| < 2,145 = t_{14}(0,05)$$

$$p = P(|T| \geq 1,792) = 0,0948 \quad (\text{tj. } 9,48 \%)$$

- ▶ hypotézu na 5% hladině nezamítáme
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="two.sided")]`,
stačí ale `[t.test(hosi,mu=136.1)]`

výšky hochů pro případ neznámého σ (jiné zadání úlohy)

- ▶ **kdybychom** předem neměli určenu jednostrannou alternativu, ale zvolili $H_1 : \mu \neq 136,1$, pak

$$|t| = |1,792| < 2,145 = t_{14}(0,05)$$

$$p = P(|T| \geq 1,792) = 0,0948 \quad (\text{tj. } 9,48 \%)$$

- ▶ hypotézu na 5% hladině nezamítáme
- ▶ `[t.test(hosi,mu=136.1,alternative="two.sided")]`,
stačí ale `[t.test(hosi,mu=136.1)]`

interval spolehlivosti pro μ

souvislost s testem o μ při oboustranné alternativě

- ▶ oboustranný interval spolehlivosti pro μ

$$\left(\bar{X} - \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha), \bar{X} + \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha) \right)$$

- ▶ μ_0 patří do intervalu spolehlivosti, právě když platí

$$|\bar{X} - \mu_0| < \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)$$

- ▶ tedy, právě když se nezamítne hypotéza $H_0 : \mu = \mu_0$ při oboustranné alternativě $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- ▶ interval spolehlivosti obsahuje takové hodnoty μ_0 , pro které bychom **nezamítli** hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$
- ▶ podobně u jednostranných intervalů spolehlivosti a jednostranných alternativ

interval spolehlivosti pro μ

souvislost s testem o μ při oboustranné alternativě

- ▶ oboustranný interval spolehlivosti pro μ

$$\left(\bar{X} - \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha), \bar{X} + \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha) \right)$$

- ▶ μ_0 patří do intervalu spolehlivosti, právě když platí

$$|\bar{X} - \mu_0| < \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)$$

- ▶ tedy, právě když se nezamítne hypotéza $H_0 : \mu = \mu_0$ při oboustranné alternativě $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- ▶ interval spolehlivosti obsahuje takové hodnoty μ_0 , pro které bychom **nezamítli** hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$
- ▶ podobně u jednostranných intervalů spolehlivosti a jednostranných alternativ

interval spolehlivosti pro μ

souvislost s testem o μ při oboustranné alternativě

- ▶ oboustranný interval spolehlivosti pro μ

$$\left(\bar{X} - \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha), \bar{X} + \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha) \right)$$

- ▶ μ_0 patří do intervalu spolehlivosti, právě když platí

$$|\bar{X} - \mu_0| < \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)$$

- ▶ tedy, právě když se nezamítne hypotéza $H_0 : \mu = \mu_0$ při oboustranné alternativě $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- ▶ interval spolehlivosti obsahuje takové hodnoty μ_0 , pro které bychom **nezamítli** hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$
- ▶ podobně u jednostranných intervalů spolehlivosti a jednostranných alternativ

interval spolehlivosti pro μ

souvislost s testem o μ při oboustranné alternativě

- ▶ oboustranný interval spolehlivosti pro μ

$$\left(\bar{X} - \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha), \bar{X} + \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha) \right)$$

- ▶ μ_0 patří do intervalu spolehlivosti, právě když platí

$$|\bar{X} - \mu_0| < \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)$$

- ▶ tedy, právě když se nezamítne hypotéza $H_0 : \mu = \mu_0$ při oboustranné alternativě $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- ▶ interval spolehlivosti obsahuje takové hodnoty μ_0 , pro které bychom **nezamítli** hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$
- ▶ podobně u jednostranných intervalů spolehlivosti a jednostranných alternativ

interval spolehlivosti pro μ

souvislost s testem o μ při oboustranné alternativě

- ▶ oboustranný interval spolehlivosti pro μ

$$\left(\bar{X} - \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha), \bar{X} + \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha) \right)$$

- ▶ μ_0 patří do intervalu spolehlivosti, právě když platí

$$|\bar{X} - \mu_0| < \frac{S_x}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha)$$

- ▶ tedy, právě když se nezamítne hypotéza $H_0 : \mu = \mu_0$ při oboustranné alternativě $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- ▶ interval spolehlivosti obsahuje takové hodnoty μ_0 , pro které bychom **nezamítli** hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$
- ▶ podobně u jednostranných intervalů spolehlivosti a jednostranných alternativ

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ 95% interval spolehlivosti: (135,5; 142,8)
s 95% pravděpodobností je skutečný populační průměr (střední hodnota μ) v uvedeném intervalu
- ▶ je jen 5% riziko, že leží mimo uvedený interval
- ▶ 99% interval spolehlivosti (134,1; 144,2)
`[t.test(hosi,mu=136.1,conf.level=0.99)]` (vedlejší výsledek)
`[confint(lm(hosi~1),level=0.99)]`
- ▶ aby byla zajištěna větší spolehlivost intervalu (větší pravděpodobnost, že zachytí skutečnou hodnotu), je nutně 99% interval spolehlivosti delší, než 95% interval spolehlivosti

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ 95% interval spolehlivosti: (135,5; 142,8)
s 95% pravděpodobností je skutečný populační průměr (střední hodnota μ) v uvedeném intervalu
- ▶ je jen 5% riziko, že leží mimo uvedený interval
- ▶ 99% interval spolehlivosti (134,1; 144,2)
`[t.test(hosi,mu=136.1,conf.level=0.99)]` (vedlejší výsledek)
`[confint(lm(hosi~1),level=0.99)]`
- ▶ aby byla zajištěna větší spolehlivost intervalu (větší pravděpodobnost, že zachytí skutečnou hodnotu), je nutně 99% interval spolehlivosti delší, než 95% interval spolehlivosti

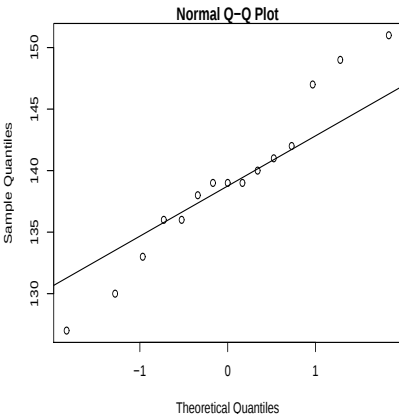
výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ 95% interval spolehlivosti: (135,5; 142,8)
s 95% pravděpodobností je skutečný populační průměr (střední hodnota μ) v uvedeném intervalu
- ▶ je jen 5% riziko, že leží mimo uvedený interval
- ▶ 99% interval spolehlivosti (134,1; 144,2)
`[t.test(hosi,mu=136.1,conf.level=0.99)]` (vedlejší výsledek)
`[confint(lm(hosi~1),level=0.99)]`
- ▶ aby byla zajištěna větší spolehlivost intervalu (větší pravděpodobnost, že zachytí skutečnou hodnotu), je nutně 99% interval spolehlivosti delší, než 95% interval spolehlivosti

výšky hochů pro případ neznámého σ

- ▶ 95% interval spolehlivosti: (135,5; 142,8)
s 95% pravděpodobností je skutečný populační průměr (střední hodnota μ) v uvedeném intervalu
- ▶ je jen 5% riziko, že leží mimo uvedený interval
- ▶ 99% interval spolehlivosti (134,1; 144,2)
`[t.test(hosi,mu=136.1,conf.level=0.99)]` (vedlejší výsledek)
`[confint(lm(hosi~1),level=0.99)]`
- ▶ aby byla zajištěna větší spolehlivost intervalu (větší pravděpodobnost, že zachytí skutečnou hodnotu), je nutně 99% interval spolehlivosti delší, než 95% interval spolehlivosti

ověření předpokladu o normálním rozdělení



- ▶ **Shapirův-Wilkův test**
- ▶ H_0 : normální rozdělení s nějakými (neznámými) parametry
- ▶ `[shapiro.test(hosi)]`
- ▶ $W = 0,966, p = 80 \%$
- ▶ hodnotí kvalitu přiblížení bodů k přímce na diagramu normality
- ▶ `[qqnorm(hosi);qqline(hosi)]`

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

pst výskytu jevu

test hypotézy o parametru π binomického rozdělení

- ▶ $Y \sim \text{bi}(n, \pi)$ $H_0 : \pi = \pi_0$:

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\text{S.E.}(\hat{\pi})} = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \sim N(0, 1)$$

- ▶ někdy s opravou na spojitost (Yates)

$$Z = \frac{|Y - n\pi_0| - 0,5}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} \text{sign}(Y - n\pi_0) \sim N(0, 1)$$

- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$: zamítnout pokud $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $H_1 : \pi > \pi_0$: zamítnout pokud $Z \geq z(\alpha)$
- ▶ $H_1 : \pi < \pi_0$: zamítnout pokud $Z \leq -z(\alpha)$
- ▶ existuje přesný postup, bez použití aproximace

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ pokusit se prokázat, že kalous dá přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ Y – počet „zdarů“, $n = 50$, π – pst, že zvolí infikovanou
- ▶ Y má **binomické rozdělení**
za $H_0 : \pi = 1/2 (= \pi_0)$ (myši se neliší) $Y \sim \text{bi}(50, 1/2)$
- ▶ **alternativní hypotéza:** $H_1 : \pi > 1/2$
- ▶ data: z 50 případů dal kalous ve 33 případech přednost infikované myši před neinfikovanou
- ▶ **kritický obor:** velká hodnota Y (tj. velké $\hat{\pi}$ resp. velké Z)

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,263 \quad p = P(Z \geq 2,263) = 0,0118$$

- ▶ s opravou na spojitost:

$$z = \frac{33 - 50 \cdot 0,5 - 0,5}{\sqrt{50 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 2,121 \quad p = P(Z \geq 2,121) = 0,0169$$

příklad kalous

- ▶ `prop.test()` počítá Z^2 , která má za H_0 : rozdělení χ_1^2
[`prop.test(33,50,alternative="greater",correct=FALSE)`]
[`prop.test(33,50,alternative="greater")`]
[`binom.test(33,50,alternative="greater")`]
- ▶ **dosažená hladina**: za H_0 počítaná pst, že dostaneme výsledek aspoň tolik odporující nulové hypotéze, jako ve skutečném pokusu:

$$\begin{aligned} p &= P(Y \geq 33) = 1 - P(Y \leq 32) \\ &= \sum_{k=33}^{50} \binom{50}{k} 0,5^k (1 - 0,5)^{50-k} \\ &= 0,0164 \end{aligned}$$

$$[1-pbinom(32,50,1/2)]$$

příklad kalous

- ▶ `prop.test()` počítá Z^2 , která má za H_0 : rozdělení χ_1^2
[`prop.test(33,50,alternative="greater",correct=FALSE)`]
[`prop.test(33,50,alternative="greater")`]
[`binom.test(33,50,alternative="greater")`]
- ▶ **dosažená hladina**: za H_0 počítaná pst, že dostaneme výsledek aspoň tolik odporující nulové hypotéze, jako ve skutečném pokusu:

$$\begin{aligned} p &= P(Y \geq 33) = 1 - P(Y \leq 32) \\ &= \sum_{k=33}^{50} \binom{50}{k} 0,5^k (1 - 0,5)^{50-k} \\ &= 0,0164 \end{aligned}$$

$$[1-pbinom(32,50,1/2)]$$