# CVIČENÍ Z ÚVODU DO TEORIE GRUP

**Opakování:**

(1) Popište všechny charakteristické a úplně charakteristické podgrupy grup $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{Z}_n$ pro $n \in \mathbb{N}$.
(2) Spočítejte pro grupu $\mathcal{G} = (G, \cdot, ^{-1}, 1)$ řádu 121 centrum $Z(G)$.

## 3. Součiny

### 3.1. **Direktní součiny.**

**3.1.** Nechť $\mathcal{G}_i = (G_i, \cdot, ^{-1}, 1)$ je pro každé $i \in I$ grupab a označme $\mathcal{G} = \coprod_{i \in I} \mathcal{G}_i$. Dokažte, že (a) $Z(\mathcal{G}) = \coprod_{i \in I} Z(\mathcal{G}_i)$, (b) $G' = \coprod_{i \in I} \mathcal{G}_i'$

**3.2.** Spočítejte centrum grupy $A_4 \times \mathbb{Z}_2$ a dokažte, že centrum není úplně invariantní podgrupa.

### 3.2. **Semidirektní součiny.**

**3.3.** Je-li $\varphi : \mathbb{Z}_2 \to \mathrm{Aut}(\mathbb{Z}_n)$ zobrazení dané předpisem $\varphi_k(a) = \varphi(k)(a) = (-1)^k a$, dokažte, že $D_{2n} \cong \mathbb{Z}_n \rtimes_\varphi \mathbb{Z}_2$.

**3.4.** Dokažte, že $S_n$ je pro každé $n > 1$ semidirektním součinem grupy $\mathbb{Z}_2$ a $A_n$

---

*Date*: 20. října 2020.