CVIČENÍ Z ÚVODU DO TEORIE GRUP

Opakování:

(1) Které ze známých grup je izomorfní grupa $\mathbb{Z}_2 \times S_3$?
(2) Spočítejte všechny kompoziční řady grupy a) $\mathbb{Z}_{18}$, b) D_8
(3) Je-li $\{H_i\}_{i=0}^n$ kompoziční řada p-grupy řádu p^k, čemu se rovná n a jak vypadají faktory H_{i+1}/H_i.

11. Prezentace grup

Nechť $\mathcal{G} = (G, \cdot, ^{-1}, 1)$ je grupa, $\mathcal{F}(X) = (F(X), \cdot, ^{-1}, 1)$ je volná grupa s volnou bází X, $\pi : F(X) \to G$ homomorfismus na celé G a $R \subset F(X)$. Řekneme, že (X, R, π) je *prezentace grupy* $\mathcal{G}$, jestliže $\ker \pi$ je nejmenší normální podgrupa grupy $\mathcal{F}(X)$ obsahující množinu R.

11.1. Dokažte pro prezentaci (X, R, π) grupy $\mathcal{G} = (G, \cdot, ^{-1}, 1)$ a prvky $u, v \in F(X)$, že $u \cdot v^{-1} \in \ker \pi$, právě když $v^{-1} \cdot u \in \ker \pi$, právě když $\pi(u) = \pi(v)$.

11.2. Najděte takový homomorfismus π, aby $(\{x\}, \{x^{20} = 1\}, \pi)$ byla prezentace grupy $\mathbb{Z}_{20}$.

11.3. Najděte nějakou prezentaci grupy $\mathbb{Z}^2$.

Date: 15. prosince 2020.