

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

Řešte soustavu $y' = \mathbb{A}y$.

1. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

3. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

4. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Nalezněte všechna maximální řešení soustav.

5.

$$\begin{aligned} x' &= -x + y - 2e^{-t} \\ y' &= -6x + 4y - 4e^{-t} \end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned} x' &= y + te^{2t} \\ y' &= -4x + 4y - e^{2t} \\ z' &= -2x + y + 2z + 3e^{2t} \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned} x' &= x + y + e^t \sin t \\ y' &= -x + y \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} x' &= x + y + z + t \\ y' &= -x + y + 2t \\ z' &= x + z + 3t \end{aligned}$$

9. Nalezněte maximální řešení soustavy splňující počáteční podmínku $y(0) = (1, 1, 1)$.

$$y' = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} y$$

VÝSLEDKY

1. $y(x) = ((a+3b)e^x \sin x + (3a-b)e^x \cos x, (2a+b)e^x \sin x + (a-2b)e^x \cos x + ce^{4x}, (2b-a)e^x \sin x + (2a+b)e^x \cos x + ce^{4x}), x \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

2. $y(x) = (e^{2x}(bx+c), e^{2x}(2bx+b+2c), e^{2x}(bx+a+c)), x \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

3. $y(x) = (e^{-x}(-25a+6c+6bx), e^{-x}(15a+2bx+b+2c), e^{-x}(a+2bx+2c)), x \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

4. $y(x) = (-2ae^{3x}, e^{3x}(ax^2+bx+c), e^{3x}(-ax^2-(2a+b)x-4a-b-c)), x \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

5. $x(t) = ae^t + be^{2t} + e^{-t}, y(t) = 2ae^t + 3be^{2t} + 2e^{-t}, t \in \mathbf{R}, a, b \in \mathbf{R}$

6. $x(t) = -\frac{1}{3}t^3e^{2t} + (-\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c)e^{2t} + bte^{2t}, y(t) = (-\frac{2}{3}t^2 - t - 1)te^{2t} + ce^{2t} + 2bte^{2t}, z(t) = (-\frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{2} + 3)te^{2t} + ae^{2t} + bte^{2t}, t \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

7. $x(t) = ae^t \cos t + be^t \sin t - \frac{1}{2}e^t \cos t + \frac{1}{2}e^t t \sin t, y(t) = -ae^t \sin t + be^t \cos t + \frac{1}{2}e^t t \cos t, t \in \mathbf{R}, a, b \in \mathbf{R}$

8. $x(t) = be^t + 2cte^t + 4t + 9, y(t) = (-a+2c)e^t - bte^t - ct^2e^t + 2t + 11, z(t) = ae^t + bte^t + ct^2e^t - 7t - 16, t \in \mathbf{R}, a, b, c \in \mathbf{R}$

9. $y(t) = (-te^t + e^t, -te^t + e^t, e^t), t \in \mathbf{R}$