

Matematická analýza 4, LS 2015-16

Klíčové pojmy z minulých semestrů

- supremum a infimum
- konvergentní řada
- primitivní funkce
- metrický prostor a metrika
- otevřená a uzavřená množina
- konvergentní posloupnost v metrickém prostoru
- kompaktní množina
- spojitost funkce v bodě vzhledem k množině
- parciální derivace
- derivace zobrazení

Definice

K = klíčový pojem; neznalost některého z klíčových pojmů bude mít za následek ukončení zkoušky se známkou „neprospěl(a)“.

- hustá množina
- řídká množina
- množina 1. kategorie
- množina 2. kategorie
- residuální množina
- pevný bod
- kontrakce
- separabilní prostor
- báze otevřených množin
- ε -sít

K totálně omezený prostor a množina

- obojetná množina

K souvislý prostor a množina

- křivkově souvislý prostor a množina
- komponenta prostoru a množiny

K zavedení k -dimenzionální Hausdorffovy míry

- zavedení vol L

K regulární zobrazení

K k -dimenzionální plocha

K tečný prostor

K normálový vektor

- vektorový součin

- orientace plochy kodimenze 1
- regulární bod plochy
- vnější jednotkový normálový vektor
- orientace 1-plochy
- parametrická křivka
- skoro regulární křivka
- jednoduchá a uzavřená křivka

K tok vektorového pole orientovanou plochou

K divergence vektorového pole

- rotace vektorového pole
- křivkový integrál prvního a druhého druhu
- regulární bod relativní hranice
- hvězdovitá množina
- potenciál a potenciální pole

K variace funkce

K absolutně spojitá funkce

- trigonometrická řada
- trigonometrický polynom

K Fourierovy koeficienty a Fourierova řada

- konvoluce
- Cesàrova sčítací metoda
- součet Fourierovy řady
- Dirichletovo jádro
- Fejérovu jádro

Věty

T = věta s těžším důkazem

B = důkaz věty nebude zkoušen

Metrické prostory III

- Cantorův princip (Věta 18.1)

T Baireova věta (Věta 18.2)

T Banachova věta o kontrakci (Věta 18.3)

T Picardova věta - bez důkazu jednoznačnosti (Věta 17.8)

- charakterizace separabilních prostorů (Věta 18.4)

- dědičnost separability (Důsledek 18.5)

- vlastnosti totálně omezeného prostoru (Věta 18.6)

T charakterizace kompaktních prostorů (Věta 18.7)

- kompaktnost a separabilita (Věta 18.8)

T souvislé podmnožiny \mathbb{R} (Věta 18.10)

- vlastnosti souvislých množin (Věta 18.11)
- spojitý obraz souvislého prostoru (Věta 18.12)
- vztah souvislosti a křivkové souvislosti (Věta 18.13)
- rozklad na komponenty (Věta 18.14)
- otevřenost komponent (Věta 18.15)

Křivkový a plošný integrál

- \mathcal{H}^k jako vnější míra (Věta 19.1)
- \mathcal{H}^k jako metrická a translačně invariantní míra (Věta 19.2)
- \mathcal{H}^k jako borelovská míra (Důsledek 19.3)
- regularita Hausdorffovy míry (Věta 19.5)
- T vztah \mathcal{H}^n a λ^{n*} (Věta 19.6)
- vlastnosti Hausdorffovy míry (Věta 19.7)
- T area formule (Věta 19.11)
- B coarea formule (Věta 19.12)
- integrace přes sféry (Důsledek 19.13)
- vlastnosti tečného prostoru (Věta 19.14)
- vlastnosti vektorového součinu (Věta 19.15)
- T normálový vektor a rozhraničující funkce (Věta 19.16)
- vlastnosti $H_*(\Omega)$ (Věta 19.17)
- B Jordanova věta (Věta 19.18)
- T hranice $H(\text{Int } c)$ a regulární body (Věta 19.19)
- T Gaussova věta (Věta 19.20)
- T rozklad jednotky (Lemma 19.21)
- Greenova věta (Věta 19.28)
- T Greenova věta pro křivky (Věta 19.29)
- B vlastnosti $H_G(\Omega)_*$ (Věta 19.30)
- B Stokesova věta (Věta 19.31)
- věta o potenciálu (Věta 19.32)
- hlavní věta teorie pole (Věta 19.33)

Absolutně spojitě funkce a funkce s konečnou variací

- lemma o vycházejícím slunci (Lemma 20.1)
- T diferencovatelnost neklesající lipschitzovské funkce (Lemma 20.2)
- B Lebesgueova věta o derivaci monotónní funkce (Věta 20.3)
- B derivace neklesající funkce (Věta 20.6)
- charakterizace funkcí s omezenou variací (Věta 20.7)
- diferencovatelnost funkcí s omezenou variací (Věta 20.8)
- B derivace absolutně spojitě funkce (Věta 20.9)
- B per partes pro Lebesgueův integrál (Věta 20.10)

Fourierovy řady

- tvar Fourierových koeficientů (Lemma 21.1)
- vlastnosti Dirichletova jádra (Lemma 21.3)
- vlastnosti Fejérova jádra (Lemma 21.4)
- T Fejérova věta (Věta 21.5)
- aproximace spojitých funkcí trigonometrickými polynomy (Důsledek 21.6)
- konvergence Fejérovských součtů v L^1 -normě (Věta 21.7)
- Riemann-Lebesgueovo lemma (Věta 21.8)
- princip lokalizace (Věta 21.9)
- o rovnosti Fourierových koeficientů (Věta 21.10)
- T Hardyova věta (21.11)
- Fourierovy koeficienty funkce s konečnou variací (Lemma 21.12)
- Jordanovo-Dirichletovo kritérium (Věta 21.13)

Poznámka. Některá lemmata nejsou pro jejich technický charakter v seznamu uvedena. To znamená, že se v žádné sadě otázek sice explicitně neobjeví, nicméně *je třeba znát* jejich znění i důkazy, protože tyto budou potřebné při důkazu jiných vět. U některých vět s dlouhým důkazem (např. Gaussova věta) nebude během jedné zkoušky zkoušen celý důkaz, ale pouze jeho základní myšlenka a přesný důkaz některé dílčí části. Je také třeba znát pomocná tvrzení z lineární algebry a teorie míry a integrálu, jejich důkazy však zkoušeny nebudou.