

# Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2014-15, verze E, 14. 9. 2015

---

1. Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(\sin(x)) + \arcsin(x) - 2x + \frac{1}{3}x^3}{x^5}.$$

(15 bodů)

2. Spočtěte Riemannův integrál

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + 2 \sin^2 x} dx.$$

(15 bodů)

3. Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu.

$$\int_1^{\infty} \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \cos(x^2) \cdot \log x \, dx$$

(15 bodů)

4. Necht'  $F = (F_1, F_2, F_3, F_4): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$  je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y) = (\operatorname{arctg}(x + 2y), x + y, (x^2 + y^2) \frac{|x|}{1+|y|}, ye^x).$$

(a) Ukažte, že v bodě  $(1, -1)$  existuje derivace funkce  $F$  a spočtěte její reprezentující matici.

(b) Spočtěte  $\frac{\partial F_3}{\partial x}(0, 0)$ , pokud existuje.

(15 bodů)