

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

ZS 2014-15, verze A

1. Určete koeficienty $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax) - \arcsin(bx) + x^3}{x^5}$$

existovala vlastní. Pro tyto hodnoty a, b limitu vypočtěte.

(15 bodů)

2. Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin x} dx$$

na intervalu $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$.

(15 bodů)

3. Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu.

$$\int_0^{\infty} \frac{x+2}{x^{\frac{4}{5}}} \cdot \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x+1}} \cdot dx$$

(15 bodů)

4. Necht' $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y, z) = (|xy| + \sin xy, \operatorname{arctg}(x + y + 2z)).$$

(a) Ukažte, že v bodě $(1, 1, -1)$ existuje derivace funkce F a spočtěte její reprezentující matici.

(b) Spočtěte $\frac{\partial F_1}{\partial x}(0, 0, 0)$, pokud existuje.

(15 bodů)