

OTEVŘENÉ A UZAVŘENÉ MNOŽINY, HRANICE

Rozhodněte, zda následující množiny jsou otevřené eventuálně uzavřené a určete vnitřek, uzávěr, hranici.

1. $A_1 = \mathbb{Q}$
2. $A_2 = \mathbb{N}$
3. $A_3 = \{1/n; n \in \mathbb{N}\}$
4. $A_4 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x > 0, y \leq 0\}$
5. $A_5 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 < 1\}$
6. $A_6 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \geq 1\}$
7. $A_7 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y > 17\}$
8. $A_8 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 + 2xy = 5\}$
9. $A_9 = \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3; x \geq 0, y > 0, x + y = 2, z \leq 0\}$
10. $A_{10} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; |x + y| - x - y > 0\}$

VÝSLEDKY A NÁVODY

1. A_1 není ani otevřená ani uzavřená, $\text{int } A_1 = \emptyset$, $\overline{A_1} = \mathbf{R}$, $H(A_1) = \mathbf{R}$; 2. A_2 je uzavřená a není otevřená, $\text{int } A_2 = \emptyset$, $\overline{A_2} = \mathbb{N}$, $H(A_2) = \mathbb{N}$; 3. A_3 není otevřená ani uzavřená, $\text{int } A_3 = \emptyset$, $\overline{A_3} = A_3 \cup \{0\}$, $H(A_3) = A_3 \cup \{0\}$; 4. A_4 není otevřená ani uzavřená, $\text{int } A_4 = (0, +\infty) \times (-\infty, 0)$, $\overline{A_4} = \langle 0, +\infty \rangle \times (-\infty, 0)$, $H(A_4) = \{0\} \times (-\infty, 0) \cup \langle 0, +\infty \rangle \times \{0\}$;
5. A_5 je otevřená a není uzavřená, $\text{int } A_5 = A_5$, $\overline{A_5} = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$, $H(A_5) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$; 6. A_6 není otevřená a je uzavřená, $\text{int } A_6 = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 > 1\}$, $\overline{A_6} = A_6$, $H(A_6) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$; 7. A_7 je otevřená a není uzavřená, $\text{int } A_7 = A_7$, $\overline{A_7} = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y \geq 17\}$, $H(A_7) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x^2 + e^y = 17\}$;
8. A_8 není otevřená a je uzavřená, $\text{int } A_8 = \emptyset$, $\overline{A_8} = A_8$, $H(A_8) = A_8$; 9. A_9 není otevřená ani uzavřená, $\text{int } A_9 = \emptyset$, $\overline{A_9} = \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3; x \geq 0, y \geq 0, x + y = 2, z \leq 0\}$, $H(A_9) = \overline{A_9}$.
10. $\text{int } A_{10} = A_{10}$, $\overline{A_{10}} = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x + y \leq 0\}$, $H(A_{10}) = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2; x + y = 0\}$