

3. VÝROKOVÁ A PREDIKÁTOVÁ LOGIKA

1. Ukažte, že bez ohledu na pravdivostní hodnotu výroků A, B, C jsou následující výroky vždy pravdivé.

- $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$
- $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$
- $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

2. Necht' M je množina osob přítomných v posluchárně a necht' $W(x, y)$ znamená: osoba $x \in M$ zná příjmení osoby $y \in M$. Zkoumejte platnost následujících výroků.

$$\forall x \in M \exists y \in M: W(x, y)$$

$$\forall y \in M \exists x \in M: W(x, y)$$

$$\exists x \in M \forall y \in M: W(x, y)$$

$$\exists y \in M \forall x \in M: W(x, y)$$

3. Rozhodněte o správnosti následujících výroků a napište jejich negace pomocí postupu z přednášky.

$$\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{R} \forall z \in \mathbf{R}: (z > y \Rightarrow z > x)$$

$$\forall a \in \mathbf{R} \exists \varepsilon \in \mathbf{R}, \varepsilon > 0 \exists \alpha \in \mathbf{R} \forall x \in \mathbf{R}: (x \in (a, a + \varepsilon) \Leftrightarrow |x - \alpha| < 1)$$

$$\exists a \in \mathbf{R} \forall \varepsilon \in \mathbf{R}, \varepsilon > 0 \forall \alpha \in \mathbf{R} \exists x \in \mathbf{R}: (x \in (a, a + \varepsilon) \Leftrightarrow |x - \alpha| < 1)$$