

6. LIMITA FUNKCE

Spočítejte následující limity nebo ukažte, že neexistují

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)^{20}}{(x^3 - 12x + 16)^{10}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x-4}{3(x^2 - 3x + 2)} \right)$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}, \quad m, n \in \mathbf{N}$

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^n - n}{x - 1}, \quad n \in \mathbf{N}$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{[x]}$

14. $\lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right]$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

19. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x}, \quad n \in \mathbf{N}$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$

23. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt[3]{x^3 + 7x} - x \right)$

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos x}{x^2}$

25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{2x-1} \right)^{x^2}$

26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \log(1+2^x) \log\left(1 + \frac{3}{x}\right)$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x)}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}$

28. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x2^x}{1+x3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\arcsin x}}{\operatorname{tg} x}$
31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 2 \sin(\frac{\pi}{6} + x)}{\operatorname{tg} x}$
32. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{\operatorname{cotg} \pi x}$
33. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1} \right)$
34. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$
35. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + e^x)}{\log(x^4 + e^{2x})}$
36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + xe^x)}{\log(x + \sqrt{1+x^2})}$
37. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x$
38. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\log(1 + \sqrt{x})}$

Spočtěte limity posloupností.

39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(2\pi\sqrt{n^2+1})$
40. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[n]{2} - 1)$
41. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n^4 + 2n^3} - \sqrt{n^4 + 1}} \right)^n$

VÝSLEDKY

1. 1 2. $\frac{2}{3}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. Neexistuje. 6. ∞ 7. $\frac{3^{10}}{2^{10}}$ 8. $\frac{49}{24}$ 9. ∞ 10. 0
11. $\frac{1}{2}mn(n-m)$ 12. $\frac{1}{2}n(n+1)$ 13. 1 14. Neexistuje. 15. 1 16. 2 17. $1/2$
18. -1 19. $-\frac{1}{16}$ 20. $\frac{3}{2}$ 21. $\frac{1}{n}$ 22. $\frac{1}{4}$ 23. $7/3$ 24. $-1/2$ 25. 0 26. $\log 8$
27. 2 28. $1/e$ 29. $2/3$ 30. 1 31. $1 - \sqrt{3}$ 32. $1/e$ 33. $1/2$ 34. $4/3$
35. $\frac{1}{2}$ 36. 1 37. 0 38. 1 39. 0 40. $\log 2$ 41. e