

5. LIMITA POSLOUPNOSTI

Spočítejte limity.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 3}{n^3 + 1}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^5 + 3n - 2}{n^5 - 3n^3 + 1}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 6n}{n^3 - 7n + 7}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2} \right)$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4}$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 4)^{100} - (n + 3)^{100}}{(n + 2)^{100} - n^{100}}$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 4^n}$
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + n^5}{n^6 + n!}$
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{a^n + b^n}}{\sqrt[n]{a^{2n} + b^{2n}}}, a > b > 0$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 7} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{\sqrt[3]{n^2 + 6} - \sqrt[3]{n^2}}$
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + n} - \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\sqrt[3]{n^3 + 2n} - \sqrt[3]{n^3 + n}}$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n+2} - \sqrt[4]{n+1}}{\sqrt[3]{n+3} - \sqrt[3]{n}}$
18. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
19. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt[3]{n^3 + 1})$
20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^{75} + n^{60}} - \sqrt[3]{n^{75} - n^{60}} \right) \cdot \frac{(n^3 + n^2)^{20} - (n^2 + n)^{30}}{(n+1)^{70} - (n-1)^{70}}$
21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + \sqrt{n}} + 1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \cdot \frac{(n^4 + n)^{50} - (n+1)^{200}}{(n+1)^{202} - n^{202}}$
22. Určete $\alpha > 0$ tak, aby následující limita byla vlastní. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^\alpha + 1)^3 + \alpha(-1)^n}{(\sqrt{n^2 + 1} - n)n^2}$
23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!}$
24. Spočítejte limitu limitu rekurentně zadané posloupnosti $x_1 = \sqrt{2}, x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$.
25. Spočítejte limitu limitu rekurentně zadané posloupnosti $x_1 = 0, x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{1}{x_n})$.
26. Necht' $a \in [0, 1]$. Spočítejte limitu limitu rekurentně zadané posloupnosti $x_1 = 0, x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}(a - x_n^2)$.
27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sqrt{3^n + 2} \cdot 2^n - \sqrt{3^n + 2^n}}$

28. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{96}} \cdot \left(\left(n + \frac{1}{n^3} \right)^{100} - (n^{32} + n^{10} + 1)^3 - n^{100} \right)$
29. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n + \sin^2 n} - \sqrt{n - \cos^2 n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}$
30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} \right)$
31. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right)$
32. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 6n} - \sqrt[3]{n^3 + 7}}{\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1}}$
33. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{4^n + 2^n} - \sqrt[3]{4^n - 2^n}}{\sqrt[3]{4^{n+1} + 2^{n+1}} - \sqrt[3]{4^{n+1} - 2^{n+1}}}$
34. Spočítejte $\limsup(-1)^n$ a $\liminf(-1)^n$.
35. Spočítejte $H(\{\cos(n\frac{\pi}{4})\})$.

VÝSLEDKY

1. 0 2. 2 3. 2 4. $-1/2$ 5. $1/3$ 6. $1/4$ 7. $1/2$ 8. 0 9. 4 10. 0
11. 0 12. $1/a$ 13. 0 14. 0 15. 1 16. 1 17. 0 18. Limita neexistuje.
19. 1 20. $-\frac{1}{21}$ 21. $-\frac{200}{101}$ 22. $\alpha \in (0, \frac{1}{3}]$ 23. ∞ 24. 2 25. 1 26. \sqrt{a}
27. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 28. 99 29. $\frac{1}{2}$ 30. 3 31. $\frac{1}{2}$ 32. $\frac{4}{3}$ 33. 34. $\limsup(-1)^n = 1$,
 $\limsup(-1)^n = -1$, 35. $\{0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, -1\}$