

Lineární diferenciální rovnice vyšších řádů

V následujících příkladech najděte vždy tvar všech maximálních řešení.

1. $y'' + 4y' + 4y = 0$
2. $y'' - 3y' + 2y = 0$
3. $y'' - 6y' + 13y = 0$
4. $y'' + 3y' = 3xe^{-3x}$
5. $y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
6. $y'' + y = \cos x$
7. $7y'' - y' = 14x$
8. $y'' - 2y' + 2y = \cos x$
9. $y''' - y'' - 2y' = e^{2x} + x^3 + 3x^2 + 1$
10. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2+x+1}$

Výsledky

1. $y(x) = ae^{-2x} + bxe^{-2x}, x \in \mathbf{R}$
2. $y(x) = ae^x + be^{2x}, x \in \mathbf{R}$
3. $y(x) = ae^{3x} \sin 2x + be^{3x} \cos 2x, x \in \mathbf{R}$
4. $y(x) = -\frac{1}{3}xe^{-3x} - \frac{1}{9}e^{-3x} - \frac{1}{2}x^2e^{-3x} + a + be^{-3x}, x \in \mathbf{R}$
5. $y(x) = -e^x \operatorname{arctg}(e^{-x}) + e^{-x} \operatorname{arctg}(e^x) + ae^x + be^{-x}, x \in \mathbf{R}$
6. $y(x) = x^2 \sin x + x \cos x + a \sin x + b \cos x, x \in \mathbf{R}$
7. $y(x) = -7x^2 - 98x + a + be^{x/7}, x \in \mathbf{R}$
8. $y(x) = -\frac{2}{5} \sin x + \frac{1}{5} \cos x + ae^x \sin x + be^x \cos x, x \in \mathbf{R}$
9. $y(x) = \frac{1}{6}xe^{2x} - \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{7}{8}x + a + be^{2x} + ce^{-x}, x \in \mathbf{R}$
10. $y(x) = -\frac{1}{2} \log(x^2 + x + 1)e^x + \frac{1}{\sqrt{3}}e^x \operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}xe^x \operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + ae^x + bxe^x, x \in \mathbf{R}$