5. Taylorův polynom funkce více proměnných

U následujících funkcí nalezněte lokální extrémy.

1. $f(x,y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$
2. $f(x,y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}, \qquad x > 0,\ y > 0$
3. $f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$
4. $f(x,y) = (1 + e^y)\cos x - ye^y$
5. $f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xy - 3xz - 3yz$
6. $f(x,y) = x^3 + y^2 + 12xy$
7. $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy,$
8. $f(x,y) = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$
9. $f(x,y) = x + y + 4\sin x \sin y,$
10. $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 4\log x - 10\log y.$

Výsledky

1. $[1,1]$ – lokální minimum, $[-1,-1]$ – lokální minimum, $[0,0]$ – není extrém
2. $[5,2]$ – lokální minimum
3. $[0,0]$ – lokální minimum, $[x,y]$ splňující $x^2 + y^2 = 1$ – lokální maximum (ne však ostré)
4. $[2l\pi, 0]$ – lokální maximum, $[(2l+1)\pi, -2]$ – není lokální extrém, $l \in \mathbf{Z}$
5. $[0,0,0]$ – není lokální extrém, $[2,2,2]$ – lokální minimum
6. $[0,0]$ – není lokální extrém, $[24,-144]$ – lokální minimum
7. $[0,0]$ – není lokální extrém, $[1,1]$ – lokální minimum
8. $[0,0]$ – lokální minimum, $[-1/4,-1/2]$ – není lokální extrém
9. $[7\pi/12 + l\pi + k\pi/2, 7\pi/12 + l\pi - k\pi/2]$ – lokální maximum (k sudé), není lokální extrém (k liché), $[11\pi/12 + l\pi + k\pi/2, 11\pi/12 + l\pi - k\pi/2]$ – není lokální extrém (k sudé), lokální minimum (k liché), $k \in \mathbf{Z}$, $l \in \mathbf{Z}$
10. $[1,2]$ – lokální minimum