

FUBINIOVA VĚTA

Spočtěte následující vícerozměrné integrály.

1. $\int_M x^2 + y^2 \, dx \, dy$, M je trojúhelník s vrcholy $[0, 0]$, $[1, 0]$, $[0, 2]$
2. $\int_M e^{-x-y} \, dx \, dy$, $M = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq y\}$
3. $\int_M x(y+1) \, dx \, dy$, M je jednotkový kruh
4. $\int_M \sin(x+2y) \, dx \, dy$, $M = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle \times \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$
5. $\int_M xy \, dx \, dy$, M je čtvrtina jednotkového kruhu ležící v prvním kvadrantu
6. $\int_M xyz^2 \, dx \, dy \, dz$, $M = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 2 \rangle \times \langle -1, 1 \rangle$
7. $\int_M 2x^2y \, dx \, dy$, M je čtyřúhelník s vrcholy $[0, 0]$, $[0, 2]$, $[1, 1]$, $[1, 3]$
8. $\int_M ye^{-x} \, dx \, dy$, $M = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, |x - y| \leq 1\}$
9. $\int_M (x^2y + xy^2) \, dx \, dy$, M je trojúhelník s vrcholy $[0, 0]$, $[2, 1]$, $[1, 2]$
10. $\int_M \frac{y^2\sqrt{x}}{1+x^4} \, dx \, dy$, M je plocha ohraničená parabolou $y^2 = x$

VÝSLEDKY A NÁVODY

1. $\frac{5}{6}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. 0 4. 2 5. $\frac{1}{8}$ 6. $\frac{8}{3}$ 7. $\frac{7}{3}$ 8. 2 9. $\frac{39}{10}$ 10. $\frac{1}{6}\pi\sqrt{2}$