

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2017-18

31. 1. 2018

1. Spočtěte určitý integrál

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 1} dx.$$

(12 bodů)

2. Spočtěte

$$\int_M xy^2 dx dy,$$

kde $M \subset \mathbb{R}^2$ je trojúhelník s vrcholy $[0, 0]$, $[1, 1]$, $[1, -1]$.

(12 bodů)

3. Určete vlastní čísla matice \mathbb{A} a spočtěte příslušné vlastní vektory.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 5/4 & -3/2 & 1/4 \\ -1/2 & 2 & -1/2 \\ 3/4 & -1/2 & 7/4 \end{pmatrix}$$

(12 bodů)

4. Napište Taylorův polynom pátého řádu funkce

$$f(x) = \sin(2 \sin(x)) - 2 \sin(x)$$

v bodě 0 a s jeho pomocí pak spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}.$$

(12 bodů)

5. Nalezněte všechny lokální extrémů funkce f v \mathbb{R}^2 , kde

$$f(x, y) = x^2y - 2y^2 + x^2 + y$$

a rozhodněte, zda se jedná o lokální maximum nebo lokální minimum.

(12 bodů)