

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2017-18

10. 1. 2018

---

1. Spočítejte určitý integrál

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx.$$

(12 bodů)

2. Spočítejte

$$\int_M x^2 y dx dy,$$

kde  $M$  je trojúhelník s vrcholy  $[0, 0]$ ,  $[0, 1]$ ,  $[1, 0]$ .

(12 bodů)

3. Necht'  $B$  je kvadratická forma reprezentovaná maticí  $\mathbb{A}$ , kde

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 12 & -4 \\ 9 & 6 & -4 & 65 \end{pmatrix}.$$

Převeďte matici  $\mathbb{A}$  na diagonální tvar a určete, zda forma  $B$  je PD, ND, PSD, NSD či ID.

(12 bodů)

4. Napište Taylorův polynom čtvrtého řádu funkce

$$f(x) = e^{\sin(x)} - \sin(x) + \sqrt{1-x^2} - 2$$

v bodě 0 a s jeho pomocí pak spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}.$$

(12 bodů)

5. Nalezněte všechny lokální extrémů funkce  $f$  v  $\mathbb{R}^2$ , kde

$$f(x, y) = 12xy - x^2y - xy^2$$

a rozhodněte, zda se jedná o lokální maximum nebo lokální minimum.

(12 bodů)