

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2017-18

vzor

---

1. Spočtěte určitý integrál

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3x + 1}} dx.$$

(12 bodů)

2. Spočtěte

$$\int_M x^2 dx dy,$$

kde  $M$  je kruh o poloměru 1 se středem v bodě  $[0, 0]$ .

(12 bodů)

3. Necht'  $B$  je kvadratická forma reprezentovaná maticí  $\mathbb{A}$ , kde

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 10 & -6 & -5 \\ 2 & -6 & 4 & 2 \\ -2 & -5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Převeďte matici  $\mathbb{A}$  na diagonální tvar a určete, zda forma  $B$  je PD, ND, PSD, NSD či ID.

(12 bodů)

4. Napište Taylorův polynom pátého řádu funkce

$$f(x) = \cos(\sin(x) + \exp(x) - 1)$$

v bodě 0 a s jeho pomocí pak spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin(x) + \exp(x) - 1) - 1 + 2x^2 + x^3}{x^4}.$$

(12 bodů)

5. Nalezněte všechny lokální extrémy funkce  $f$  v  $\mathbb{R}^2$ , kde

$$f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)/2}.$$

(12 bodů)