

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2 (VZOR)

FSV UK, LS 2016-17

1. Spočítejte supremum a infimum, případně maximum a minimum, funkce f na množině M , kde

$$f(x, y, z) = x^2 - yz,$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 < 1, z - y = 0\}.$$

(12 bodů)

2. Ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí daného bodu $[0, 0]$ implicitně zadanou funkci φ (proměnné x). Spočítejte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0. Rozhodněte, zda je φ konvexní na jistém okolí bodu 0.

$$\arcsin(xy) = \sin(x + y)$$

(12 bodů)

3. Necht

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} x & x & 1 \\ x & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

V závislosti na parametru x určete hodnotu matice \mathbb{A} . Pro která x existuje matice inverzní k \mathbb{A} ?

(12 bodů)

4. Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2}$$

(12 bodů)

5. Spočítejte

$$\int \frac{-5 \cdot 8^x + 5 \cdot 4^{x+1} + 3 \cdot 2^{x+2}}{(4^{x-1} - 1)^2} dx.$$

(12 bodů)