

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2016-17

Termín číslo 4, 3. 7. 2017

---

1. Spočítejte supremum a infimum, případně maximum a minimum, funkce  $f$  na množině  $M$ , kde

$$f(x, y) = x^2 - y^2,$$
$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1, y \geq x - \frac{1}{2}\}.$$

(12 bodů)

2. Ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí daného bodu  $[0, 0]$  implicitně zadanou funkci  $\varphi$  (proměnné  $x$ ). Spočítejte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0. Rozhodněte, zda je  $\varphi$  monotónní na jistém okolí bodu 0.

$$\arcsin(xy + y) + \sin(x + xy) = 0$$

(12 bodů)

3. Zjistěte, pro která  $a \in \mathbb{R}$  je  $\mathbb{A}(a)$  regulární, a spočítejte  $\det(\mathbb{A}(1))$ , kde

$$\mathbb{A}(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & a \\ -3 & 2 & 0 & 2 \\ a & 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

(12 bodů)

4. Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^6 + 3n^5} - \sqrt[3]{n^6 + n^5}}.$$

(12 bodů)

5. Spočítejte

$$\int \frac{2x^3 - 2x^2 + 4x + 5}{(x-1)^2(x^2+2)} dx.$$

(12 bodů)