

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2016-17

Termín číslo 1, 31. 5. 2017

---

1. Nalezněte maximum a minimum funkce  $f$  na množině  $M$ .

$$f(x, y) = x^2 - 2x + 4y + 6xy + y^2,$$

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; y \geq -1, x + y \leq 1, x - y \geq -1\}$$

(12 bodů)

2. Dokažte, že v jistém okolí bodu  $[0, 1, \pi]$  je vztahem

$$\sin(xy) = \cos(z) + y^2$$

definována hladká funkce  $\varphi$  proměnných  $x, z$ . Spočítejte  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}(0, \pi)$  a  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(0, \pi)$ .

(12 bodů)

3. Necht

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Vyřešte soustavu  $\mathbb{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$  a spočítejte inverzní matici k  $\mathbb{A}$ .

(12 bodů)

4. Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{n+5}$$

(12 bodů)

5. Spočítejte následující primitivní funkci na intervalu  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

$$\int \frac{1}{(\cos^2 y) \cdot (\cos^2 y + \sin 2y + 1)} dy$$

(12 bodů)