

## 1. OPAKOVÁNÍ STŘEDOŠKOLSKÉ LÁTKY

1. Řešte následující nerovnice v  $\mathbf{R}$ :

$$\frac{x-2}{2x-8} \geq 1, \quad \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 2) \geq 0, \quad \frac{x+2}{x+3} > \frac{2x+3}{x+6}.$$

2. Nakreslete graf funkce  $f(x) = \left| \left| \left| |x| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \right|$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

3. Řešte rovnice v  $\mathbf{R}$ :

$$\sin 2x = \sin x, \quad 2 \sin x + \cos x = 1, \quad \log(x^2 + 1) = 2 \log(3 - x).$$

4. Dokažte:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2.$$

5. Dokažte, že pro každé  $a, b \in \mathbf{R}$  platí  $|a + b| \leq |a| + |b|$  a  $||a| - |b|| \leq |a - b|$ .

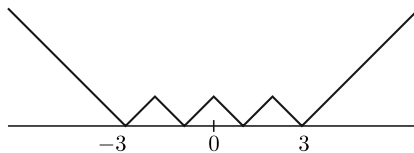
6. Pro každé  $n \in \mathbf{N}$  dokažte, že platí  $n \leq 2^n$ .

7. Pro každé  $n \in \mathbf{N}$ ,  $n \neq 3$ , dokažte, že platí  $n^2 \leq 2^n$ .

## VÝSLEDKY A NÁVODY

1.  $(4, 6)$ ;  $\langle \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5}), 1 \rangle \cup (2, \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}))$ ;  $(-6, -3) \cup (\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{13}), \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{13}))$

2. Obrázek grafu



3. 1. rovnice:  $x = k\pi$  nebo  $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$  nebo  $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$ , kde  $k \in \mathbf{Z}$ ; 2. rovnice:  $x = 2k\pi$  nebo  $x = \pi - \arcsin(4/5) + 2k\pi$ , kde  $k \in \mathbf{Z}$ ; 3. rovnice:  $4/3$       4. Použijte matematickou indukci.      5. První nerovnost dokažte užitím vhodné definice absolutní hodnoty nebo provedením diskuse znamének členů v absolutních hodnotách. Druhou nerovnost odvoďte z první.