

MA 2, test 1 - středa - řešení
ZS 2023/2024

- 1) (5 bodů) Určete definiční obor, obor spojitosti a vyšetřete parciální derivace funkce

$$f(x, y) = (x + y)^{|x-y|}.$$

Výsledky:

$$D_f = C_f = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x + y > 0\},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = (x + y)^{|x-y|} \left(\log(x + y) \operatorname{sign}(x - y) + \frac{|x - y|}{x + y} \right) : \quad x \neq y,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = (x + y)^{|x-y|} \left(\log(x + y) \operatorname{sign}(y - x) + \frac{|x - y|}{x + y} \right) : \quad x \neq y,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = \frac{\partial f}{\partial y} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) = 0,$$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, x)$ a $\frac{\partial f}{\partial y}(x, x)$ neexistují pro $x \in (0, +\infty) \setminus \{\frac{1}{2}\}$.

- 2) (5 bodů) Nalezněte všechny lokální extrémy funkce f v množině D_f , kde

$$f(x, y) = 2xy^2 - 4xy - x^2y.$$

Výsledky: V bodě $[-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}]$ je ostré lokální maximum a body $[0, 0]$, $[0, 2]$ a $[-4, 0]$ jsou sedlovými body.