

Komplexní analýza a transformace 2024/2025

Domácí úkol 3

Úloha 1. *Nalezněte všechna řešení rovnice*

$$e^{6i+3iz} + 6 = 0.$$

Lineární lomené zobrazení

Připomenutí.

- Lineární lomené zobrazení je funkce typu

$$R(z) = \frac{az + b}{cz + d},$$

kde $ad - bc \neq 0$.

- Platí

$$\lim_{z \rightarrow \infty} R(z) = \frac{a}{c} \quad a \quad \lim_{z \rightarrow -\frac{d}{c}} R(z) = \infty.$$

- Lineární lomené zobrazení zobrazuje zobecněné kružnice na zobecněné kružnice.
- Lineární lomené zobrazení zachovává inverzní body vzhledem k zobecněným kružnicím.
- Jestliže K je kružnice se středem S a poloměrem $R > 0$, pak inverzním bodem k $\alpha \in \mathbb{C} \setminus (K \cup \{S\})$ vzhledem ke K je

$$\beta = S + \frac{R^2}{(\alpha - S)}.$$

Inverzním bodem ke středu S je nekonečno. Inverzní body vzhledem k přímce L jsou osově souměrné přes přímkou L .

Elementární funkce

Připomenutí.

- Pro $z = x + iy \in \mathbb{C}$ definujeme

$$e^z = e^x (\cos y + i \sin y),$$

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i},$$

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}.$$

- Pro $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ definujeme hlavní hodnotu logaritmu

$$\ln z = \ln |z| + i \arg z.$$

- Pro každé $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ platí $e^{\ln z} = z$.
- Pozor, v opačném pořadí to obecně neplatí. Tj. obecně není pravda $\ln e^z = z$.
- $e^z = e^w$ právě tehdy, když $z = w + 2k\pi i$ pro nějaké $k \in \mathbb{Z}$.