Problém

Následující problém mi poslal dr. Pavel Pudlák z Matematického ústavu akademie věd. Jeho e-mailová adresa je pudlak@matsrv.math.cas.cz.

Buď M čtvercová matice řádu n, která má jednotky na hlavní diagonále a hodnost menší než $\epsilon \cdot n$, kde ϵ je nějaká kladná konstanta. Musí matice M obsahovat podmatici řádu 2, která má všechny prvky nenulové? Dr. Pudlák umí dokázat, že to tak opravdu je, pokud je matice M nad komplexními čísly a $\epsilon = 1/2$. Platí to také pro jiné hodnoty ϵ a jiná tělesa? Speciálně, platí to pro konečná tělesa?