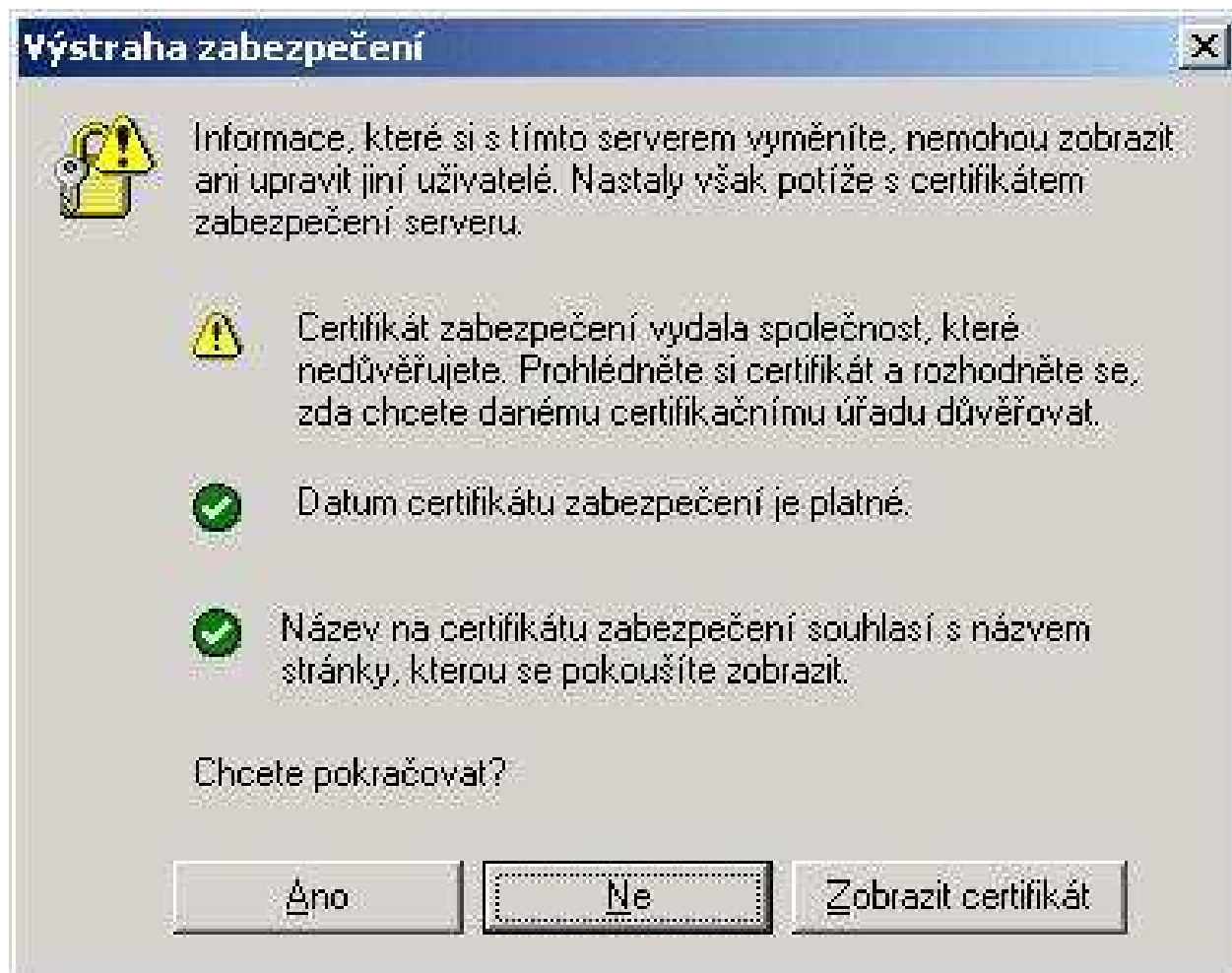




MFF UK
Praha, 22. duben 2008

Elektronický podpis / CA / PKI – část 1.
http://crypto-world.info/mff/mff_01.pdf
P.Vondruška



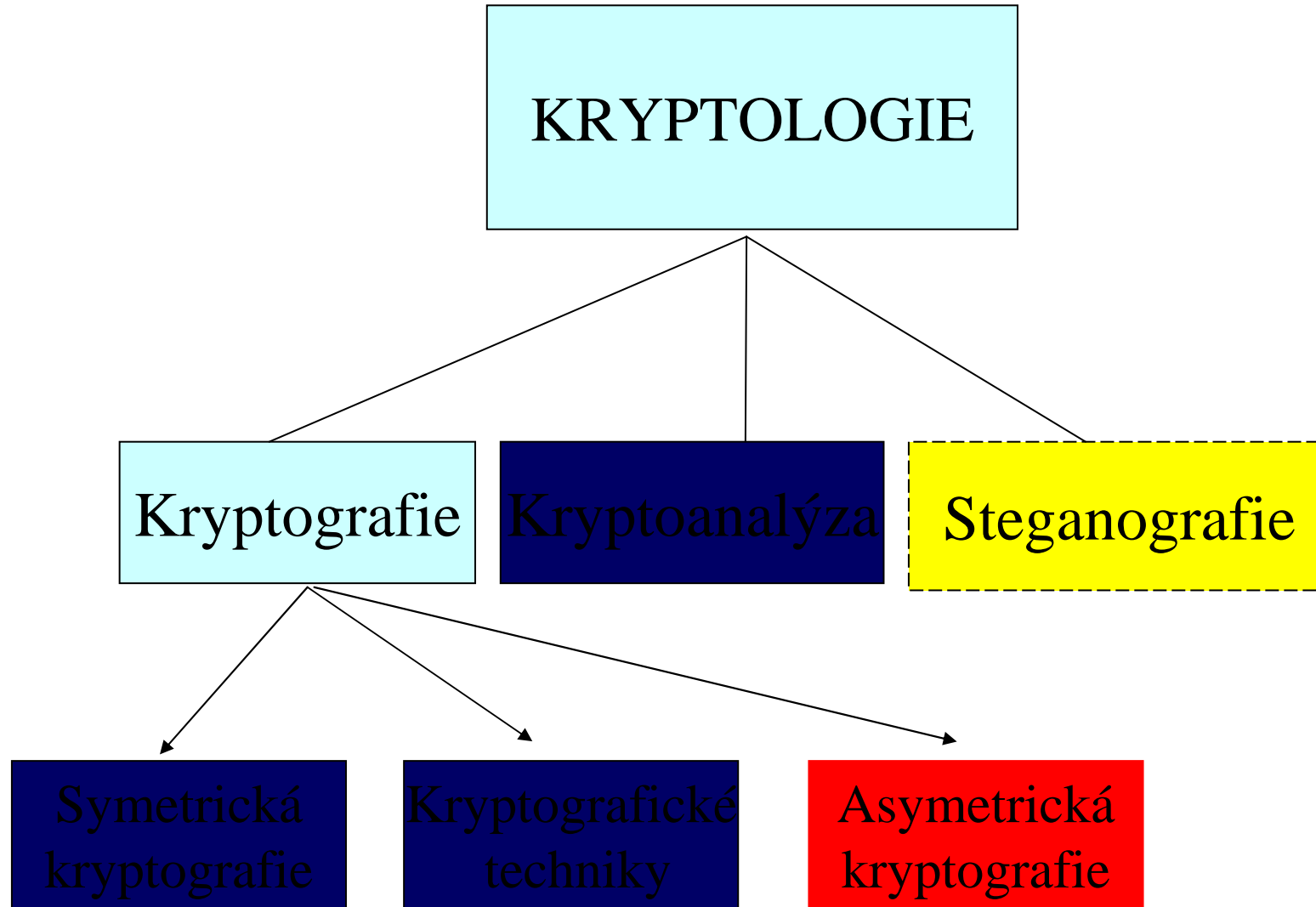
Přednáška pro ty, kteří chtějí vědět **PROČ** kliknout ANO/NE a co zatím všechno „vězí“.

1. ÚVOD

2. Základní pojmy asymetrické kryptografie (filozofie, algoritmy, podpisové schéma)
3. Ukázka
4. Zákon o elektronickém podpisu č.227/2000 Sb. (pojmy : typy podpisů, poskytovatelů, certifikátů ..)
5. Certifikační authority (přehledy poskytovatelů, jak pracují a co je jejich úkolem)
6. Důvěra v elektronické podpisy (vystavitel, nastavení a vše co s tím souvisí)

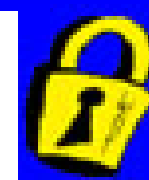
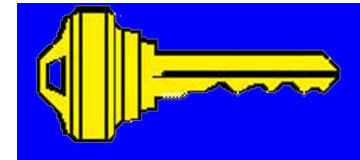
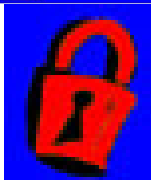
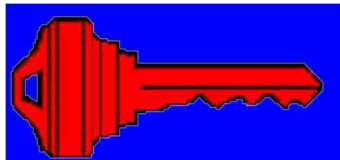
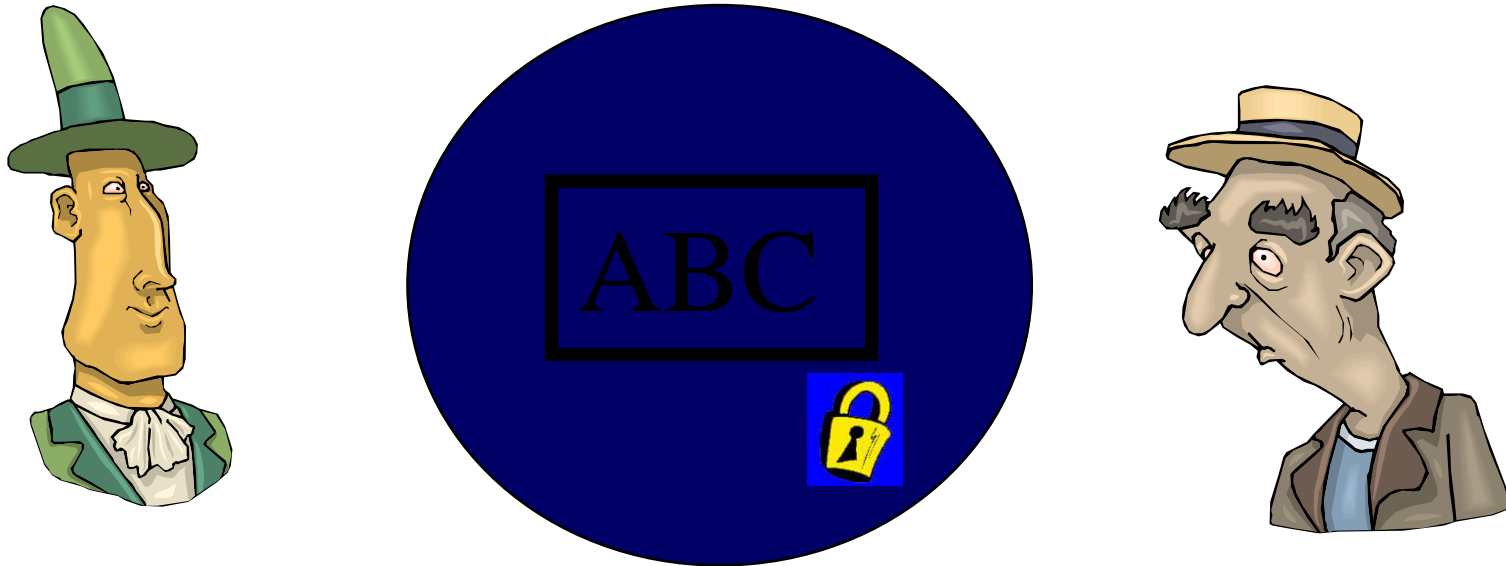
Při zavádění EL.PODPISU (PKI) je třeba řešit celou řadu velmi odlišných problémů:

- Legislativně-právní (bude uznáno jako důkaz?) (právo)
- Volba vhodných algoritmů (kryptografie)
- Bezpečnostní (standards, úložiště, SW, ...) (informační bezpečnost)
- Administrativně – procesní („pořizování“ certifikátů, nová agenda, noví zaměstnanci)
- Kladeny nároky na SW (mimo bezpečnosti je to především kompatibilita)
- Kladeny nároky na uživatele (školení !!!)



Asymetrická kryptografie

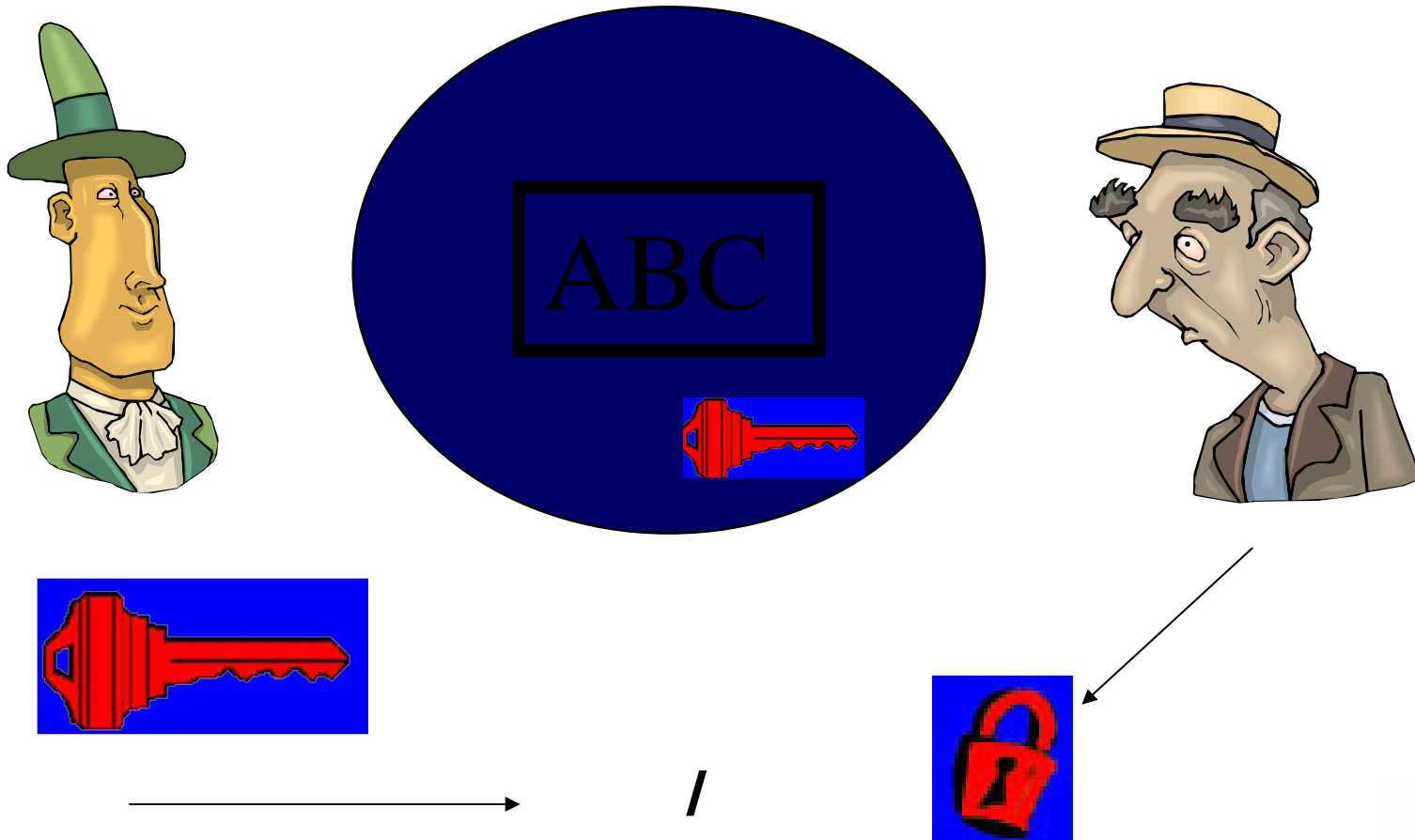
Šifrování (zjednodušeně)



O₂

Asymetrická kryptografie

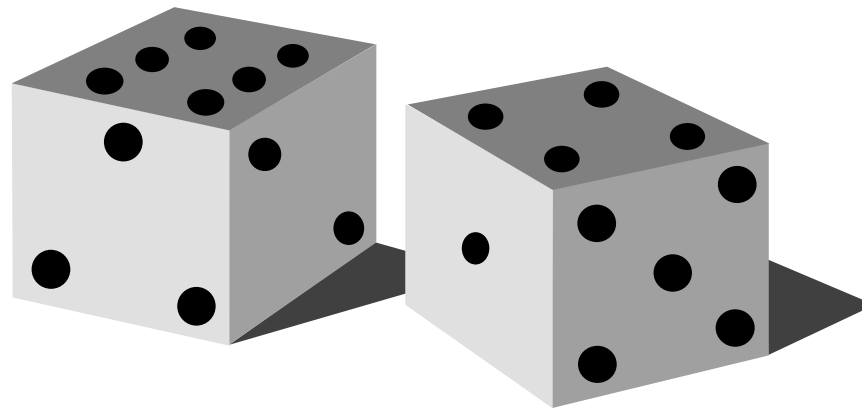
Digitální podpis (zjednodušeně)



Popis algoritmu RSA

Postup při vytváření dvojice veřejný a soukromý klíč (dat pro vytváření a ověření elektronického podpisu) pro RSA je následující:

a) nejprve náhodně (a nepredikovatelně) vygenerujeme dvě dostatečně velká prvočísla (jejich přibližná velikost tj. počet bitů je zadána) (Vondruška, P.: Fermatův test primality, Carmichelova čísla, bezčtvercová čísla. Crypto-World 6/2000)



b) Spočteme

$$N = p * q \quad a$$

$$\Phi(N) = (p-1) * (q-1)$$

Poznámka 1: $\Phi(N)$ je Eulerova funkce určující počet přirozených čísel nesoudělných s n .

Poznámka 2: stačí spočítat číslo $L = \text{NSN}(p-1, q-1)$ tj. nejmenší společný násobek čísel $p-1$ a $q-1$.

c) Zvolíme náhodné číslo e , kde

$$1 < e < \Phi(N), \quad \text{tak, že } \text{NSD}(e, \Phi(N)) = 1$$

(tj. e a $\Phi(N)$ jsou nesoudělná) .

Zde NSD značí největšího společného dělitele.

d) Užitím Eukleidova algoritmu spočteme jednoznačně definované číslo d takové, že

$$1 < d < \Phi(N) \text{ a} \\ e*d \equiv 1 \pmod{\Phi(N)} .$$

Existence takového čísla d je dána Bautzovou větou.

Veřejným klíčem je potom (e,N) , soukromým klíčem uživatele je (d,N) .

Číslo N nazýváme modul, číslo e veřejný exponent a číslo d soukromý exponent. Veřejný klíč zde tvoří čísla e, N , zadními vrátky je čtveřice čísel $p, q, d, \Phi(N)$. Přitom znalost jednoho z čísel $p, q, \Phi(N)$ vede k bezprostřednímu nalezení zbývajících tří a znalost čísla d nám dává pravděpodobnostní polynomiální algoritmus pro faktorizaci čísla N .

Popis vlastního šifrování a dešifrování

Popíšeme nyní jak probíhá vlastní zašifrování a odšifrování. Předpokládejme, že strana B zná autentický veřejný klíč strany A, kterým je (N,e) a šifruje zprávu M pro A.

Strana B vyjádří zprávu M jako číslo m , $0 \leq m \leq N-1$ (resp. posloupnost takových čísel).

Dále strana B spočte

$$c = m^e \bmod N$$

a zašle šifrový text straně A.

Strana A nyní při odšifrování spočte pomocí tajného klíče d

$$m = c^d \bmod N$$

Výsledkem je skutečně m , což lze dokázat následovně :

Jelikož $e*d \equiv 1 \pmod{\Phi(N)}$, existuje tedy k tak, že $ed = 1 + k\Phi(N)$.
Dále, pokud $\text{NSD}(m,p) = 1$, pak podle Fermatovy věty

$$m^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Umocníme obě strany této kongruence číslem $k(q-1)$ a posléze vynásobíme obě strany rovnice číslem m .

Dostaneme

$$m^{1+k(p-1)(q-1)} \equiv m \pmod{p}.$$

Pokud je $\text{NSD}(m,p) = p$ (druhá možná situace), pak tato rovnost platí rovněž (obě strany jsou rovny nule mod p).

Vždy tedy

$$m^{ed} \equiv m \pmod{p}.$$

Obdobně se dokáže

$$m^{ed} \equiv m \pmod{q}.$$

Odtud plyne

$$m^{ed} \equiv m \pmod{N},$$

a tedy

$$c^d \equiv (m^e)^d \equiv m \pmod{N}.$$

Příklad vytvoření dvojice klíčů (s malými čísly)

$$**p=47, q=71, N= p*q = 47*71 = 3337**$$

$$**(p-1)*(q-1)= 46*70 = 3220**$$

e (nesmí mít společné dělitele s 3220) , volíme 79

$$**d \dots\dots e*d=1 \text{ mod } 3220**$$

$$**d= e^{-1} \text{ mod } 3220 = 1019 \text{ (Eukleidův algoritmus)}**$$

e \dots\dots\dots veřejný klíč (79, 3337) ,

d \dots\dots\dots soukromý klíč (1019, 3337)

Příklad přímé šifrování a dešifrování

zpráva $M = 68823268715245585284848789678$

M rozdělíme na bloky $m_1 m_2 m_3 \dots$

$M = 688 232 687 \dots$

šifrování :

blok $m_1 = 688$

$c_1 = m_1^e \pmod N$

$c_1 = 688^{79} \pmod{3337} = 1570$

dešifrování :

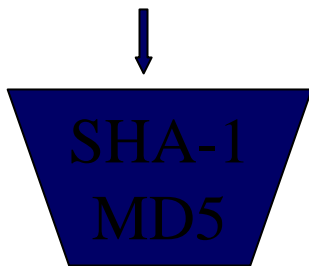
$m_1 = c_1^d \pmod N$

$1570^{1019} \pmod{3337} = 688$

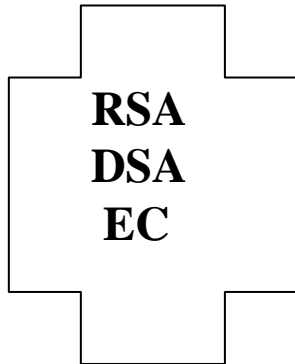
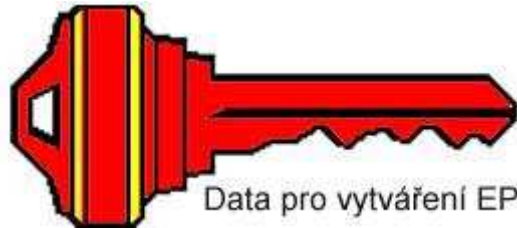
blok $m_1 = 688$

Podpis datové zprávy

Datová zpráva soubor libovolného typu, například: message.doc csp.exe kocka.jpg



Výsledek hashovací funkce



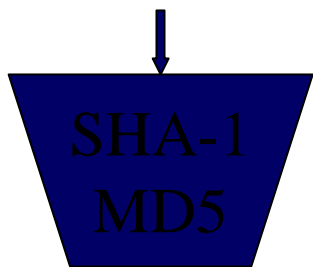
Elektronický podpis datové zprávy

Veřejný klíč



Ověření podpisu datové zprávy

Datová zpráva soubor libovolného typu, například: message.doc csp.exe kocka.jpg

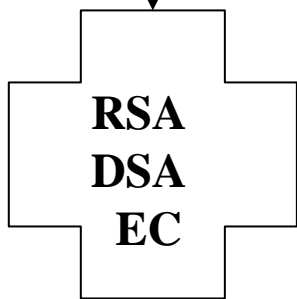


Výsledek hashovací funkce

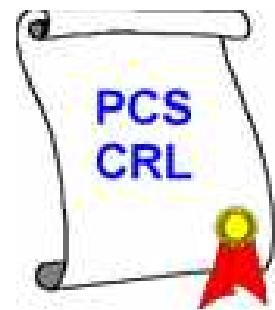
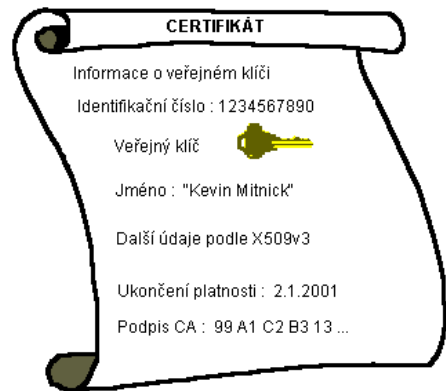
- Identifikace**
- Neporušenost**
- Nepopiratelnost**
- Akceptovatelnost**



Elektronický podpis datové zprávy



Hash před podpisem





Pavel Vondruška
Crypto-World
<http://crypto-world.info>
mobil +420 602 560 963
