

Náhradní příklady

Zde najdete uvedené dvě sady příkladů. K nahrazení 1 chybějící písemky je potřeba odevzdat vypracovanou jednu sadu (dle vašeho výběru). K nahrazení 2 chybějících písemek je potřeba odevzdat obě dvě sady.

Příklady musíte vyřešit správně, srozumitelně a do detailů. Kdykoli používáte nějaké tvrzení, napište jeho název, nebo tvrzení samotné.

V každé sadě najdete 4 příklady, stačí ale když vyřešíte 3 z nich, dle vaší libosti.

1 Sada I

- 1 Spočítejte následující limitu, nebo ukažte, že neexistuje.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - 3\sqrt[3]{1+x} + \cos x}{x^2} \quad (1)$$

- 2 Určete definiční obor f , spočítejte derivace f všude kde existují včetně jednostranných a napište definiční obor f' .

$$f(x) = \max\{1, e^{\sin x}\}$$

- 3 Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = (x+3)e^{\frac{1}{x}}$$

- 4 Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení. Poskytněte důkaz, případně protipříklad, ke každému z nich.

- (i) Pokud posloupnost a_n , $n \in \mathbb{N}$ splňuje $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, pak $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 = 0$.
- (ii) Pokud $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ neexistuje, potom $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2$ neexistuje.
- (iii) Pokud $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2$ neexistuje, potom $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ neexistuje.

2 Sada II

- 1 Spočítejte následující limitu, nebo ukažte, že neexistuje.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3} + \sqrt{n} + 1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \cdot \frac{(n^4 + n)^{50} - (n+1)^{200}}{(n+1)^{202} - n^{202}}$$

- 2 Určete definiční obor f , spočítejte derivace f všude kde existují včetně jednostranných a napište definiční obor f' .

$$f(x) = (x^2 + x)\sqrt{1 - \cos x}$$

- 3 Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

- 4 Sestrojte posloupnost, jejíž množina hromadných bodů je $\{1, 8, 12\}$. Dále sestrojte funkci $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, jež je nespojitá v nekonečně mnoha bodech a rostoucí. U obou konstrukcí dokažte, že váš příklad splňuje požadované vlastnosti.