Krylov Subspace Methods. Principles and Analysis
Jörg Liesen, Zdeněk Strakoš
Oxford University Press, Oxford, 2013

Beaucoup de livres de mathématiques sont très secs, ils ne contiennent pas beaucoup de substance, de chair, pour lier les équations par des idées et des développements. Ce sont ces à côtés, ces explications, qui rendent un cours magistral plus complet, plus instructif, que la simple lecture d'un manuel lorsque l'on doit, ou que l'on veut, se mettre au courant d'un nouveau domaine. De nombreux livres sur les méthodes de sous–espaces de Krylov pour la résolution itérative des systèmes linéaires ont déjà été publiés. L'ouvrage présenté ici se distingue des autres (remarque qui n'en est pas une critique) par les très nombreux et longs développements qu'il contient. Les auteurs détaillent les tenants et les aboutissants des méthodes, des algorithmes, des théorèmes, des mises en œuvre, des résultats numériques, etc. Des notes historiques, fort intéressantes, les complètent. Mais, d'un autre côté, cela rend le livre presque trop dense, il faut le lire entièrement, la tête entre les mains. On ne peut pas se contenter de le parcourir à la recherche d'un renseignement précis et synthétique. Cette remarque n'en est pas non plus une critique, mais un avertissement au lecteur, car le texte est extrêmement bien écrit, par deux spécialistes renommés du sujet, il contient une masse énorme de résultats et d'informations que l'on ne retrouve pas toujours ailleurs. La bibliographie ne contient pas moins de 691 références.

Les sous–espaces de Krylov sont à la base de la très grande majorité des méthodes itératives utilisées actuellement pour la résolution des grands systèmes d'équations linéaires (provenant en général de la discrétisation d'équations aux dérivées partielles). L'importance majeure de ce domaine de l'analyse numérique n'est donc plus à discuter. Après une introduction qui replace le sujet dans son contexte mathématique et historique, le second chapitre expose les méthodes de sous–espaces de Krylov dans les cadre des méthodes de projection. On présente les méthodes d'Arnoldi et de Lanczos et l'on montre comment certaines méthodes de résolution des systèmes d'équations linéaires en découlent. Le chapitre suivant est consacré aux moments d'une matrice et à la réduction de modèle. Pour ce faire, on passe par les formules de quadrature de Gauss, les polynômes orthogonaux et les fractions continues. Pour mettre en œuvre une méthode de Krylov il est nécessaire de posséder des relations de récurrences à peu de termes. L'établissement de telles relations forme le quatrième chapitre. Le dernier chapitre traite des problèmes pratiques de mise en œuvre des algorithmes: concept général de convergence, coût des calculs, complexité des divers algorithmes, analyse de leur comportement en arithmétique exacte et en arithmétique finie, propagation des erreurs numériques. Des exemples numériques sont donnés et commentés. Tous les aspects de toutes les questions sont largement abordés.

Ce livre foisonnant deviendra certainement une référence incontournable dans ce domaine.

Claude Brezinski