

• SKUPINOVÉ DÚ :

- OSVĚDČILO SE NA FYZICE, OTESTUJE NE NA DÚS AŽ 7, PAK VYHODNOCENÍ
- ÚKOL SE HODNOTÍ ZA CELOU SKUPINKU, ROZDĚLENÍ ŘEŠÍ CVIČÍCÍ
- MOŽNOSTI, JAK SE SPOJIT :

► <https://www.mff.cuni.cz/cs/vnitrni-zalezitosti/it-a-sluzby/sluzby/moznosti-pro-distancni-vyuku>

(ZOOM) ► <http://elearning.lfp.cuni.cz/wp-content/uploads/2020/09/%C3%9Apln%C4%9B-prvn%C3%AD-p%C5%99ihl%C3%A1%C5%A1en%C3%AD-do-ZOOMu.pdf>

(MS TEAMS) ► <https://www.mff.cuni.cz/cs/vnitrni-zalezitosti/it-a-sluzby/sluzby/office-365>

• NÁZORY, PROBLÉMY, ... NAŇ SDELTĚ :

- KVÍZY, DISKuze V MODLU
- U PROBLÉMU SE SKUPINOU CVIČÍCÍMU

VEKTOROVÉ PROSTORY

- PŘ: • $V = T^n$ (T TĚLESO, $n \geq 1$), $T^n = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} : a_1, \dots, a_n \in T \right\}$

• NA V MÁME OPERACE:

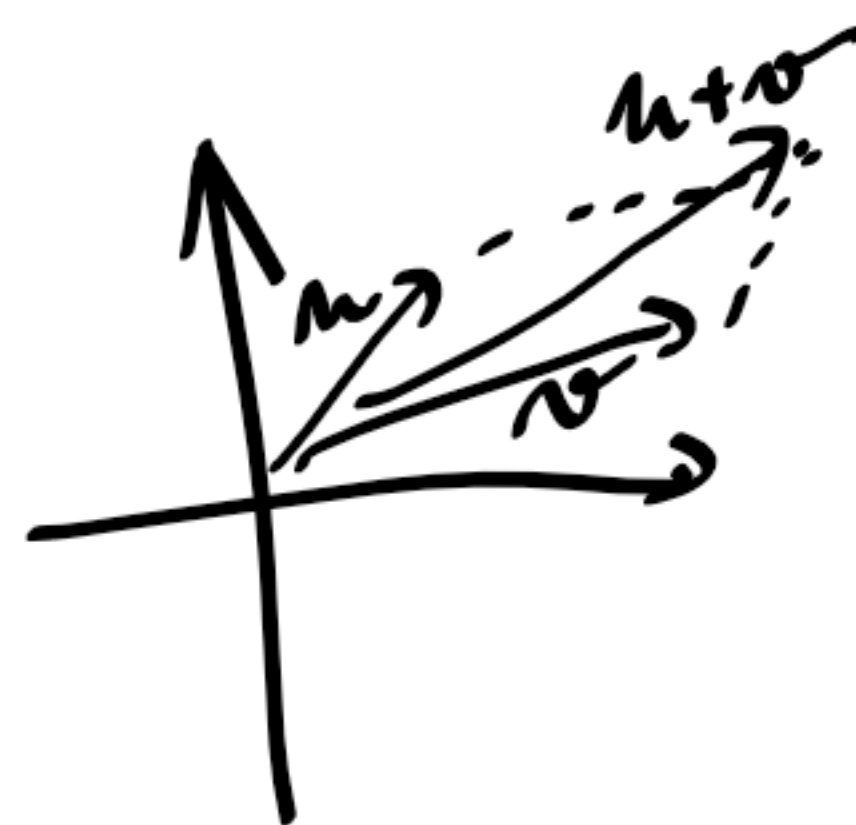
► SČÍTÁNÍ ARITMETICKÝCH VEKTORŮ: $V \times V \rightarrow V$
 $(u, v) \mapsto u + v$

► NÁSOBENÍ SKALÁREM: $T \times V \rightarrow V$
 $(t, v) \mapsto t \cdot v$

~~$V \times V \rightarrow V$~~

► TYTO OPERACE SPLŇUJÍ NĚJAKÉ AXIOMY

- PŘ: $V =$ MNOŽINA POLOHOVÝCH VEKTORŮ BODŮ V $\mathbb{R}^2$



- DEF: BUĎ T TĚLESO. VEKTOROVÝ PROSTOR NAD TĚLESEM T JE

- MNOŽINA V (MNOŽINA VEKTORŮ) S
- OPERACÍ SČÍTÁNÍ NA V , $V \times V \longrightarrow V$, A
 $(u, v) \longmapsto u + v$
- OPERACÍ NÁSOBENÍ SKALÁREM, $T \times V \longrightarrow V$
 $(t, v) \longmapsto t \cdot v$ (~~NE~~ ~~NE~~ ~~t~~),

KTERÉ SPLŇUJÍ TYTO AXIOMY:

POZOR:

• MÁME $0 \in T$
• MÁME $0 \in V$

$$(VS1) \quad \forall u, v, w \in V : (u + v) + w = u + (v + w)$$

$$(VS2) \quad \exists 0 \in V \quad \forall v \in V : 0 + v = v$$

$$(VS3) \quad \forall v \in V \quad \exists (-v) \in V : v + (-v) = 0(\in V)$$

$$(VS4) \quad \forall u, v \in V : u + v = v + u$$

$$(VN1) \quad \forall a, b \in T \quad \forall v \in V : \underbrace{(a \cdot b)}_{\in T} \cdot v = a \cdot \underbrace{(b \cdot v)}_{\in V}$$

$$(VN2) \quad \forall v \in V : \underbrace{1}_T \cdot v = v$$

$$(VD1) \quad \forall a, b \in T \quad \forall v \in V : \underbrace{a + b}_T \cdot v = a \cdot v + b \cdot v$$

$$(VD2) \quad \forall a \in T \quad \forall u, v \in V : a \cdot (u + v) = a \cdot u + a \cdot v$$

(DEF: $u - v := u + (-v)$)

$\underbrace{1}_T$ (JEDNOTKA TĚLESA T !)

- PŘ: T TĚLESO, $n \geq 0$, $V = T^n$ S BĚŽNÝMI OPERACEMI NA ARITH. VEKTORECH TVOŘÍ VEKTOROVÝ PROSTOR.
($T^0 = \{0\}$)

- VLASTNOSTI VEKTOROVÝCH PROSTORŮ (KAP. 5.1.3)

- NULOVÝ VEKTOR $0 \in V$ JE URČEN JEDNOZNAČNĚ
($\tilde{0} = 0 + \tilde{0} = \tilde{0} + 0 \in 0$)
- PRO $v \in V$ JE $-v$ URČENO JEDNOZNAČNĚ, POLOŽÍME: $v - v := v + (-v)$
- VEKTOROVÝ PROSTOR NIKDY NENÍ PRAZDNÝ (VS2), ALE $V = \{0\}$ JE TŽV. NULOVÝ VEKTOROVÝ PROSTOR
- PRO $v \in V$ VŽDY PLATÍ: $\underbrace{0}_{\in T} \cdot v = \underbrace{0}_{\in V}$

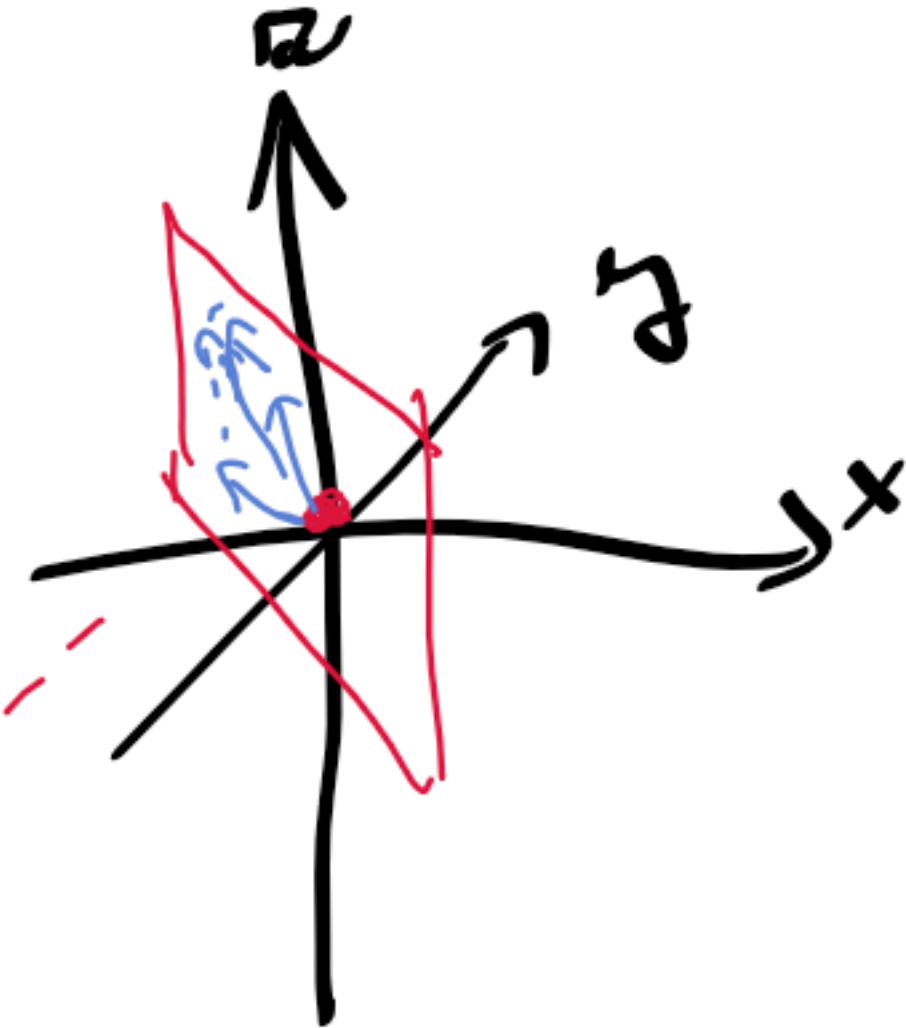
$$\left(\begin{aligned} 0 \cdot v + 0 \cdot v &= (0 + 0) \cdot v = 0 \cdot v = \underbrace{0}_{\in T} \cdot v + \underbrace{0}_{\in V} \\ \Rightarrow 0 \cdot v &= \cancel{0 \cdot v} + 0 \cdot v + \cancel{(-0 \cdot v)} = \cancel{0 \cdot v} + 0 + \cancel{(-0 \cdot v)} = 0 \end{aligned} \right)$$

- PODOBNĚ $\forall t \in T$ PLATÍ: $t \cdot \underbrace{0}_{\in V} = \underbrace{0}_{\in V}$

$$\left(\text{DOKONCE: } t \cdot v = 0 \Leftrightarrow t = 0 \text{ NEBO } v = 0 \right)$$

- PR: T TĚLESO, $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in T^3 : x+y+z=0 \right\} \subseteq T^3$ (STRIKTNĚ VZATO NEJEN ARITMETICKÝ V. P.)

- PRO $T = \mathbb{R}$:

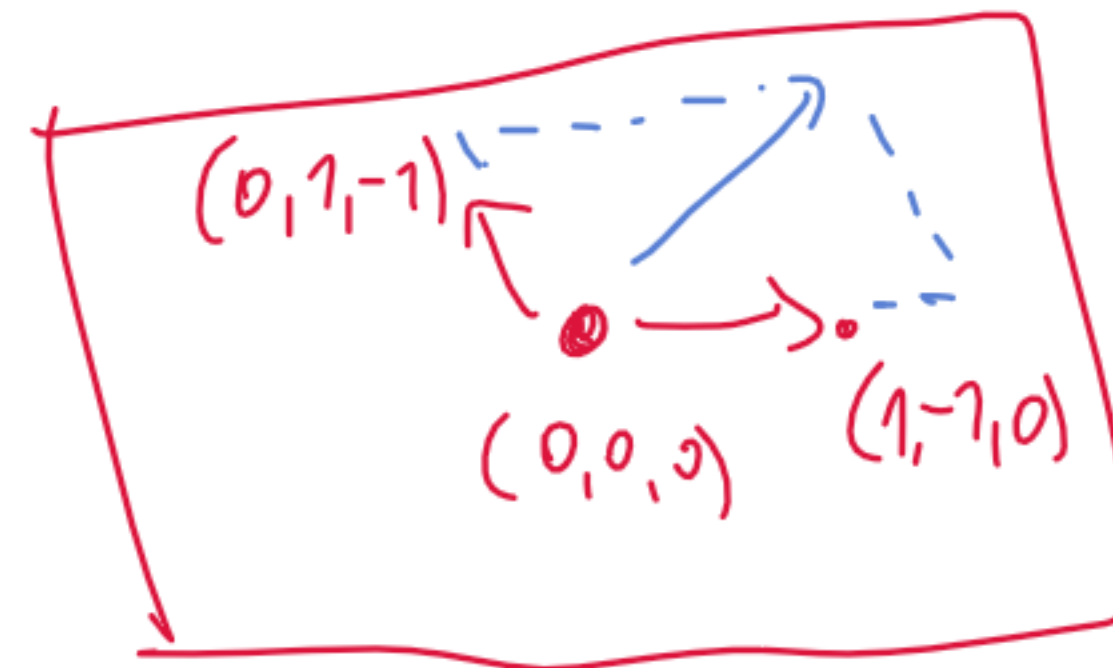


- UVAŽUJEME-LI OPERACE Z T^3 , PAK SE DÁJÍ ZÚŽIT NA

$$\begin{array}{lcl} V \times V & \longrightarrow & V \\ (u, v) & \longmapsto & u+v \end{array} \quad \bigg| \quad \begin{array}{lcl} T \times V & \longrightarrow & V \\ (t, v) & \longmapsto & t \cdot v \end{array}$$

- V TVOŘÍ VEKTOROVÝ PROSTOR SPOLU SE ZÚŽENÝMI OPERACEMI Z T^3

- POZN: PRO $T = \mathbb{R}$ (ČASER: OBECNĚ) LZE VZÍT NA V SOUŘADNICOVÝ SYSTÉM A ŽTOTOŽNIT V S $\mathbb{R}^2$ (BIJEKCE $V \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $v \mapsto \text{SOUŘADNICE}$
 $(a, b)^T$)



- DEF: Buď T těleso A v $(S, \text{operacech}) + A \cdot$ vektorový prostor nad T .
Podprostor rozumíme podmnožinu $\emptyset \neq U \subseteq V$ takovou, že

značení:
 $U \leq V$

operace $+ A \cdot$ jsou zúžit na $U \times U \xrightarrow{+} U$, $T \times U \xrightarrow{\cdot} U$

A U s těmito operacemi tvoří sáo v.p. nad T .

- T 5.12: Vezměme T a V jako výše. Pak $U \subseteq V$ tvoří podprostor,
právě když:

- $\forall u, v \in U : u + v \in U$ (uzavřenost na sčítání)
- $\forall t \in T \forall u \in U : t \cdot u \in U$ (uzavřenost na násobení skalárem)

- POZN:
• $0 \in U$ $\forall$ podprostor $U \leq V$ (z uzavřenosti na násobení skalárem)
• $u \in U \Rightarrow -u \in U$ (protože $(-u) = (-1) \cdot u$)

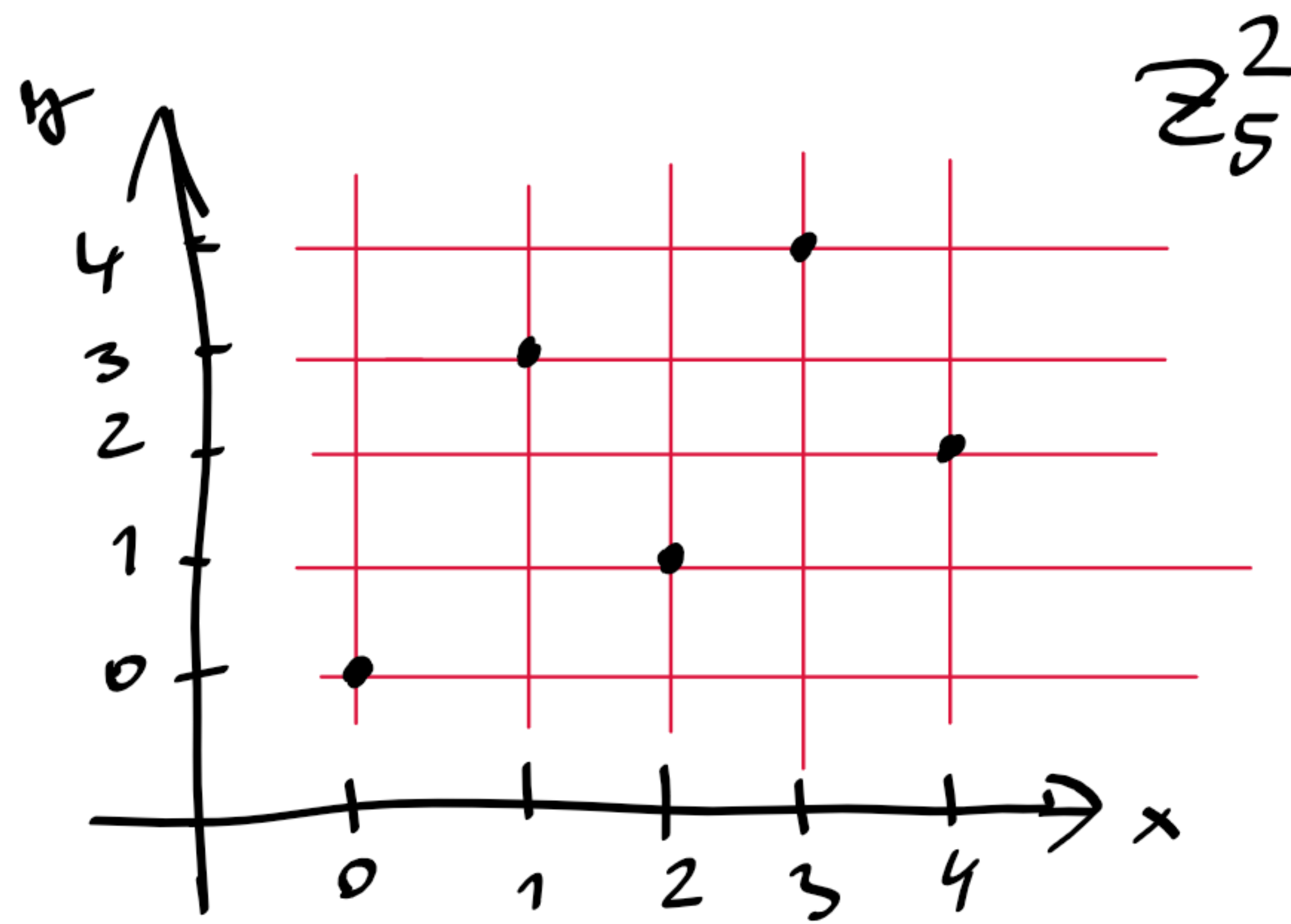
• triviální podprostory : $\{0\} \leq V$, $V \leq V$
(nevlátní)

(ostatní podprostory jsou vlátní)

-PR: $T = \mathbb{Z}_5$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_5^2 : 2x + y = 0 \right\}$$

$$V \leq T^2$$



~ přepíšte na : $V = \left\{ \begin{pmatrix} t \\ 3t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{Z}_5 \right\}$

(vyřešili jsme „SLR“ $2x + y = 0$)

$$y = -2x = 3 \cdot x$$

↑
 $\in \mathbb{Z}_5$

- NEVLASTNÍ PODPROSTORY $\mathbb{Z}_5^2$: $\{(0,0)^T\}$, $\mathbb{Z}_5^2$

- ZNAČENÍ: (KARTÉŽSKÁ) MOCNINA MNOŽINY X : $X^n = \underbrace{X \times X \times \dots \times X}_n = \{(a_1, \dots, a_n) : a_i \in X\}$
 $n \geq 1$

- ZNAČENÍ: (KARTÉZSKÁ) MOCNINA MNOŽINY X : $X^n = \underbrace{X \times X \times \dots \times X}_n = \{(a_1, \dots, a_n) : a_i \in X\}$
 $n \in \mathbb{N}$

• PRO $X = \mathbb{Z}_2$:

MAJÍ STRUKTURU V. P. (ARITMETICKÉ V. P.)

$\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$

$\mathbb{Z}_2^2 := (\mathbb{Z}_2)^2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$\mathbb{Z}_2^3 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

8 PRVKŮ

MAJÍ STRUKTURU TĚLESA, TJ. $\mathbb{Z}_2$ SPOLU SE SČÍTÁNÍM A NÁSOBENÍM MOD 2 TVOŘÍ TĚLESO