

ODPOVĚDI NA OTÁZKY Z KVÍZU

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~stovicek/index.php/cs/2021zs-nmag111-kviz01>

1) NEROZUMÍNÍ DŮKAZU ... / ПОС НЕ ПОЧУПІЛ(А) ...

~> CVIČÍCÍ, PŘEDNÁŠEJÍCÍ, KONZULTACE

2) KONKRÉTNÍ PROBLEMATICKÁ TÉMATA:

- ZOBRAZENÍ A OKOLO ~> CVIČENÍ
 - KOMPLEXNÍ ČÍSLA
 - POLYNOMY
- } ZA POCHODU

3) VSTUPY DO MIKROFONU?

4) ODPOVĚDI - SLEDUJTE CHAT

5) JE STRÁNKA S POŽADAVKY KE ZK., 2 MIPTERNY - RŮZNÉ!

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

- V ČÁSTI 2.1 SKRIPT - 6 MOTIVAČNÍCH PŘÍKLADŮ

- DEFINICE: LINEÁRNÍ ROVNICE O m NEZNÁMÝCH S REÁLNÝMI KOEFICIENTY
JE ROVNICE TVARU

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_m \cdot x_m = b,$$

KDE $a_1, \dots, a_m, b \in \mathbb{R}$, $x_1, \dots, x_m$ JSOU NEZNÁMÉ.

- JAK VYPADÁ DEFINICE:

- PSÁT CELÉ VĚTY!
- VYSVĚTLIT POUŽITÉ SYMBOLY! ($a \cdot x = b$)
- NEZAHLCOVAT DEFINICE BALASTEM!

- DEF: SOUSTAVOU m LINEÁRNÍCH ROVNIC O m NEZNÁMÝCH (S REÁL. KOEFICIENTY)

(SLR) JE SOUSTAVA TVARU

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2$$

$\vdots$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mm}x_m = b_m,$$

KDE KAŽDÝ ŘÁDEK
JE JAKO V PŘEDCHOZÍ DEF.

i = ČÍSLO ROVNICE

j = ČÍSLO NEZNÁMÉ

- ARITHMETICKÉ VEKTORY (NAD $\mathbb{R}$):

- DEF. ARITH. VEKTORY ROZUMÍME USPOŘÁDANOU n -TICI REÁLNÝCH ČÍSEL

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

- ZÁPIS: $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = (x_1, \dots, x_n)^T$



$T = \text{TRANSPOZICE}$

- PŘ. $\begin{pmatrix} 0,5 \\ 2 \\ 33 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$

- MNOŽINA ŘEŠENÍ SLR $a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n = b_i, 1 \leq i \leq m$, JE MNOŽINA

$$\left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n : a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n = b_i \quad \forall 1 \leq i \leq m \right\}$$

- OPERACE S (ARITH.) VEKTORY (n FIKSÍ):

$$v, w \in \mathbb{R}^n \\ t \in \mathbb{R}$$

$\rightsquigarrow$

$v + w$ SČÍTÁNÍ PO SOUČKÁCH

$\rightsquigarrow$

$t \cdot w$

$$0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

$$-v = (-1) \cdot v, \quad v - w := v + (-w)$$

- JAK SE ŘEŠÍ SLR?

(SOUSTAVA LIN. ROVNIC)

- PR: $x_1 + 3x_2 = 4$ ①
 $2x_1 - x_2 = 15$ ②

- METODA 1: SUBSTITUCE

$$\begin{aligned} x_1 &= 4 - 3x_2 \quad \text{z ①} \\ 2 \cdot (4 - 3x_2) - x_2 &= 15 \quad (\text{DOSAZENÍ DO ②}) \\ -7x_2 &= 7 \\ x_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$x_1 = 4 - 3(-1) = 7, \text{ množina řešení } \left\{ \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

- METODA 2: EKVIVALENTNÍ ÚPRAVY SOUSTAVY ($\text{:= ÚPRAVA SLR, KTERÁ NEZMĚNÍ MNOŽINU ŘEŠENÍ}$)

$$\begin{array}{r} (-2) \downarrow \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 = 4 \\ 2x_1 - x_2 = 15 \end{array} \\ \hline x_1 + 3x_2 = 4 \\ -7x_2 = 7 \end{array} \quad \downarrow (+2)$$

$$-2x_1 - 6x_2 = -8$$

- ELEMENTÁRNÍ ÚPRAVY SLR:

$$a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n = b_i, \quad 1 \leq i \leq m$$

- DEF: ELEMENTÁRNÍ ÚPRAVY DANÉ SLR JSOU:

- (1) PROHOZENÍ POŘADÍ 2 ROVNIC
- (2) VYNÁSOBÍME JEDNU ROVNICI ČÍSLEM $t \in \mathbb{R}, t \neq 0$.
- (3) PŘÍČTEME t -NÁSOBEK JEDNÉ ROVNICE ($t \in \mathbb{R}$)
K JINÉ ROVNICI.

POZN: (1) LZE
DOSÁHNOUT PŮVODNÍ
ÚPRAV (2) A (3)

$$\begin{array}{l} R_1 \quad (1) \quad R_1 - R_2 \quad (1) \quad R_1 - R_2 \\ R_2 \quad \leadsto \quad R_2 \quad \leadsto \quad R_1 \\ (3) \quad \leadsto \quad -R_2 \quad (2) \quad R_2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad R_1 \end{array}$$

- TVRZENÍ: ELEMENTÁRNÍ ÚPRAVY JSOU EKUIVALENTNÍMI ÚPRAVAMI.

- POZN: V PŘEDNÁŠCE JSOU TVRZENÍ (VĚTY, LEMMATA, ...). TYPICKY
MÁ STRUKTURU

POKUD PLATÍ ----, PAK PLATÍ ----.

$\uparrow$ PŘEDPOKLAD $\uparrow$ ZÁVĚR

(POKUD S_1, S_2 JSOU DVĚ SLR TAKOVÉ, ŽE S_2 DOSTANEME Z S_1 ELEM. ÚPRAVOU,
PAK S_1 A S_2 MAJÍ STEJNÉ MNOŽINY ŘEŠENÍ.)

$$\begin{aligned} -P_2: & \quad 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 16 \\ (-\frac{1}{2}): & \quad \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 18x_3 = 33 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 16 \\ & \quad 2x_2 - 5x_3 = -16 \\ & \quad -x_2 + 3x_3 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 16 \\ & \quad -x_2 + 3x_3 = 9 \\ (+2): & \quad \begin{cases} 2x_2 - 5x_3 = -16 \\ -x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

ŘEŠENÍ:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} & 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 16 \\ & \quad -x_2 + 3x_3 = 9 \\ & \quad \quad x_3 = 2 \end{aligned}$$

$$x_3 = 2, \quad x_2 = 3x_3 - 9 = -3, \quad x_1 = 4$$

**MATICE
SOUSTAVY**

**ELIMINAČNÍ
FÁZE
ŘEŠENÍ**

**ELEM.
ŘÁDK.
ÚPRAVY**

**ZPĚTNÁ
SUBSTITUCE**

$$-\frac{3}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ \end{pmatrix} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 10 & 16 \\ 2 & 6 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 18 & 33 \end{array} \right) \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & 16 \\ 0 & 2 & -5 & -16 \\ 0 & -1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & 16 \\ 0 & -1 & 3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 & -16 \end{pmatrix}$$

(ARITMET.)
VEKTOR PRAVÝCH
STRAN
ROZŠÍŘENÁ
MATICE SOUST.

$$+2 \begin{pmatrix} \begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 10 & 16 \\ 0 & -1 & 3 & 9 \\ 0 & 2 & -5 & -16 \end{array} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & 16 \\ 0 & -1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

x_1 x_2 x_3

$$\xrightarrow{-PR_1: -\frac{1}{2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 7 \end{array} \right) \sim$$

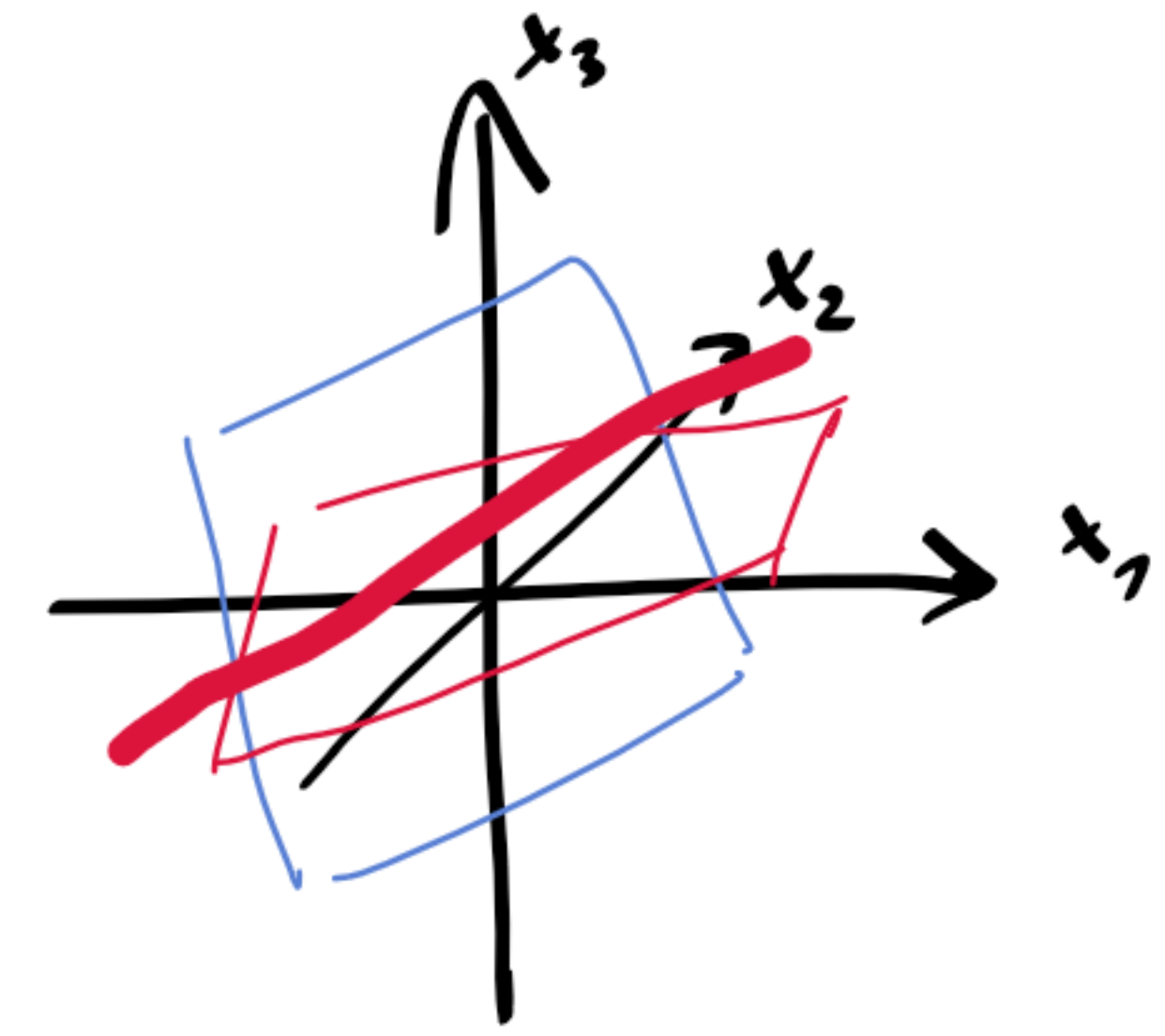
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array} \right)$$

$$5x_2 + \frac{1}{2}x_3 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{1}{10}x_3 - \frac{1}{10}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_3$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_3 &= 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 7 \end{aligned}$$



$$x_3 = t \in \mathbb{R}$$

$$x_2 = -\frac{1}{10}t - \frac{1}{10}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}t$$

UNOZINA ŘEŠENÍ $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{5}{2} - \frac{1}{2}t \\ -\frac{1}{10} - \frac{1}{10}t \\ t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{10} \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{10} \\ 1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$

-PR: $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 7$
 $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6$

MNOŽINA
 ŘEŠENÍ: $\emptyset$

-PR: $2x_1 + x_2 = 7$
 $3x_1 + 5x_2 = 0$
 $x_1 + x_2 = 2$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & | & 7 \\ 3 & 5 & | & 0 \\ 1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{2 \leftrightarrow 3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 2 \\ 3 & 5 & | & 0 \\ 2 & 1 & | & 7 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 2 & | & -6 \\ 0 & -1 & | & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & | & -3 \\ 0 & 1 & | & -3 \end{pmatrix} \sim$$

- MNOŽINA ŘEŠENÍ PŮVODNÍ
 SOUSTAVY:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \right\} \quad (\in \mathbb{R}^2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & | & -3 \\ 0 & 0 & | & -1 \end{pmatrix}$$

- MNOŽ. ŘEŠENÍ $\emptyset$ UPRÁVENÉ SOUSTAVY: