

3. cvičení z Teorie reprezentací (16. dubna 2021)

Příklad 1:

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \lambda & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \lambda \end{pmatrix} ; \lambda, \alpha_{21}, \alpha_{31}, \alpha_{32} \in k \right\}$$

(i) ✓ (B je k-algebra)

(ii) B je lokální

prvek B je invertibilní $\Leftrightarrow \lambda \neq 0$

Lemma 4.6 or I.4 [ASS]

B je lokální $\Leftrightarrow \forall b \in B : b$ nebo $1-b$ je invertibilní

Příklady 2-4:

Pr 2: Každá konečná dimenzionální komutativní algebra nad k je direktním součinem lokálních konečně dimenzionálních komutativních algebra nad k.

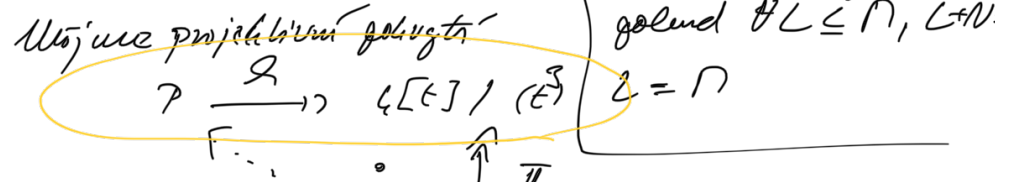
Lemma I.4 or [ASS].
e centrální

eA je těleso jako Ae

je-li e centrální idempotent,
pak eA tvoří strukturu algebry
(ea)(ea') =
= e²aa' = eaa

Pr 3: k[t] ✓

Pr 4: Podle Def. I.1 or I.1 [ASS] je projektivní g-objekt $\mathcal{L} : P \rightarrow \mathcal{N}$, \exists ker \mathcal{L} je nulový or projektivní modul P.



$$f \dashrightarrow \mathbb{Z} \mid \mathbb{Z} \\ \mathbb{Z} \dashrightarrow \mathbb{Z}[t]$$

Z prímocnosti $\mathbb{Z}[t]$ dostaneme f , $\exists \pi_{\mathbb{Z}} = \mathbb{Z}f$.
 To znamená, $\exists P = \text{Im } f + \text{ker } \mathbb{Z}$.
 Ny predpokladáme, $\exists \text{ker } \mathbb{Z}$ je udelný kľúčový
 podmnožina, tady $\text{Im } f = P$. Ale P
 je prímocná, tady P musí byť divizor
 summand $\alpha \mathbb{Z}[t]$, tady $P = \mathbb{Z}[t]$ a
 f je iso.

Tak keďže nie sme dekompozícia, \exists

$$\mathbb{Z}[t] \twoheadrightarrow \mathbb{Z}[t]/(t^3)$$

uvažujme prímocnú podmnožinu.

$$(t^3) + (1 - t^3) = \mathbb{Z}[t]$$

Príklady 10 a 11:

$$\text{Pr 10: } \mathbb{Q} = \bigoplus_{\alpha} \mathbb{R} e_{\alpha}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{Q} &\xrightarrow{f} \mathbb{T} \\ e_0 &\longmapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\alpha 1 \longmapsto \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{R} \longmapsto \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bez jakej r.p. uvažujme
 \mathbb{Z} $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,
 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$f(\mathbb{R}) \quad f(\alpha)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$