

ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 5

Termín odevzdání: 16. 12. 2019 do 12:10 hod.

- (1) Uvažujte těleso $T = \mathbb{Z}_2[x]/(f)$, kde $f = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ (tento polynom je ireducibilní v oboru $\mathbb{Z}_2[x]$). Najděte multiplikativní inverzi k prvku $a = x^6 + x + 1 \in T$.

(5 bodů)

- (2) Najděte v $\mathbb{R}[x]$ polynom nejmenšího možného stupně s kořenem v bodě 1 a splňující

$$f(-3) = 10, \quad f(-2) = 6 \quad \text{a} \quad f'(1) = -\frac{1}{2}.$$

Zdůvodněte, proč takový polynom menšího stupně neexistuje.

(5 bodů)

- (3) Najděte v $\mathbb{Z}[i]$ největšího společného dělitele prvků $1 + 3i$ a $3 + 11i$. Vyjádřete jej ve tvaru

$$\text{NSD}(1 + 3i, 3 + 11i) = u \cdot (1 + 3i) + v \cdot (3 + 11i),$$

kde $u, v \in \mathbb{Z}[i]$.

(5 bodů)