ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 2. 12. 2019 do 12:10 hod.

(1) Skupině třinácti pirátů se podařilo uloupit bednu zlatých mincí. Zkusili je rozdělit rovným dílem na třináct hromádek, ale dvanáct mincí jim zbylo. O zbylé mince se strhla rvačka, při které jednoho piráta propíchli. Přestali tedy bojovat a zkusili mezi sebe znovu rozdělit mince rovným dílem. Zbyla ale jedna mince, o kterou začali opět bojovat. V boji zahynul další pirát a zbylí opět zkusili mince spravedlivě rozdělit, tentokrát úspěšně. Kolik bylo nejméně mincí, které piráti ukradli?
(5 bodů)

(2) Najděte všechna přirozená čísla n, která splňují podmínky:

$$\begin{aligned} 2^n &\equiv 15 \pmod{17}, \\ 2 \cdot n &\equiv 15 \pmod{17}. \end{aligned}$$

(5 bodů)

(3) Najděte polynom $f \in \mathbb{Z}_5[x]$ co nejmenšího stupně splňující:

$$\begin{aligned} f &\equiv x + 1 && \pmod{x^2 + 1}, \\ f &\equiv x && \pmod{x^3 + 1}. \end{aligned}$$

Zdůvodněte, proč polynom nižšího stupně neexistuje.
(5 bodů)