

## ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 1

*Termín odevzdání: 21. 10. 2019 do 12:10 hod.*

- (1) Uvažujte podmnožinu  $R$  maticového okruhu  $M_2(\mathbb{Q})$  sestávající z matic tvaru

$$\begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{Q}.$$

Ukažte, že jde o komutativní podokruh  $M_2(\mathbb{Q})$  a že je  $R$  isomorfní okruhu  $\mathbb{Q}[\sqrt{3}]$ . Je  $R$  těleso? Odpověď zdůvodněte.

(5 bodů)

- (2) Uvažujte následující podmnožiny:

(a)  $\{a + bi : a, b \in \mathbb{R} \text{ \& } a^2 + b^2 = 1\} \subseteq \mathbb{C}$ ,

(b)  $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_2 \right\} \subseteq M_2(\mathbb{Z}_2)$ ,

(c)  $\{a + b\omega : a, b \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{R}$ , kde  $\omega = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

Které z nich jsou podokruhy? Které podobory integrity? Které podtělesa? Proč?

(5 bodů)

- (3) Popište nejmenší podokruh s jednotkou okruhu  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  s operacemi po složkách, který obsahuje prvek  $(2, 0)$ . Jde o obor integrity? Proč?  
(5 bodů)