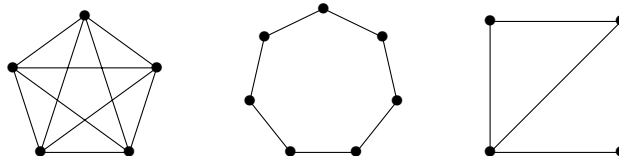


ALGEBRA 2 (NMAG 202) – TEST 16. 7. 2020

Jméno:

Tvrzení a definice pečlivě formulujte včetně všech předpokladů. Pište text stejně formálně, jako je psán ve skriptech. Odpovědi na otázky zdůvodněte. Pokud používáte nějaké netriviální tvrzení z přednášky, uveďte explicitně odkaz (často budete vyzváni, abyste všechna použitá tvrzení zformulovali). Časový limit je 120 minut.

1. (15 bodů) Určete, kolik prvků kterého řádu má grupa automorfismů (tj. isomorfismů sama na sebe) každého z následujících tří grafů:



Které z těchto grup jsou abelovské? Které řešitelné a jakého stupně?

2. (15 bodů) Najděte minimální polynom  $\sqrt{3} - 2i$  nad  $\mathbb{Q}$ .

**Jméno:**

**3.** (15 bodů) Kolik existuje náhrdelníků, které lze poskládat z šesti modrých, šesti červených a šesti bílých kuliček? Stačí číselný výraz, nemusíte dopočítávat jeho hodnotu. Dva náhrdelníky považujeme za totožné, pokud jeden z druhého dostaneme pomocí otočení a převrácení.

4. (20 bodů) Kolik existuje homomorfismů  $S_n \rightarrow \mathbb{Z}_4$  v závislosti na  $n$ , kde  $n \in \{2, 3, 4, 5\}$ ? Jak velká mají tyto homomorfismy jádra? Uveďte všechny věty, které používáte.

**Jméno:**

**5.** (20 bodů) Určete stupeň rozkladového nadtělesa polynomu  $f = x^4 - 8x^2 + 15$  nad  $\mathbb{Q}$ . Určete, kolik prvků má Galoisova grupa  $\mathbf{Gal}(f/\mathbb{Q})$  a popište její jednotlivé prvky (tj. jak působí na rozkladovém nadtělese  $f$ ). Je tato grupa abelovská? Je řešitelná?