

ALGEBRA 2 (NMAG 202) – TEST 25. 6. 2020

Jméno:

Tvrzení a definice pečlivě formulujte včetně všech předpokladů. Pište text stejně formálně, jako je psán ve skriptech. Odpovědi na otázky zdůvodněte. Pokud používáte nějaké netriviální tvrzení z přednášky, uveďte explicitně odkaz (často budete vyzváni, abyste všechna použitá tvrzení zformulovali). Časový limit je 120 minut.

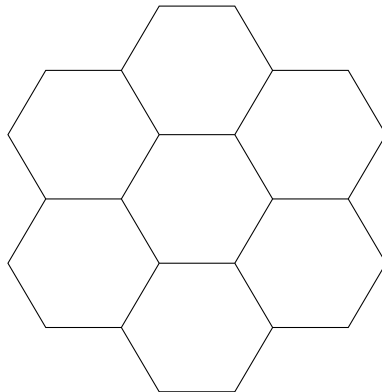
1. (15 bodů)važujte grupu $G = D_{16}$ a podgrupu H generovanou otočením o 90 stupňů proti směru hodinových ručiček.

- (a) Vypište rozkladové třídy G podle H .
- (b) Je tato podgrupa normální? Pokud ne, najděte levou a pravou rozkladovou třídu stejného prvku, které nejsou totožné.

2. (15 bodů) Definujte stupeň rozšíření těles. Je-li S těleso a $T \subseteq U \subseteq S$ podtělesa, dokažte větu o vztahu stupňů rozšíření $T \subseteq U$, $T \subseteq S$ a $U \subseteq S$. Uveďte konkrétní příklad, kde $[U : T] = 4$ a $[S : U] = 3$.

Jméno:

3. (15 bodů) Kolika způsoby lze políčka plástve níže obarvit k barvami? Dvě obarvení považujeme za stejná, pokud se liší jen o otočení.



4. (20 bodů) Uvažujte grupu D_{26} .
- (a) Kolik má podgrup? Vypište je nějakým konkrétním, ale krátkým způsobem, a zdůvodněte, proč jiné nejsou.
 - (b) Které z těchto podgrup jsou normální? Vysvětlete!
 - (c) Je tato grupa řešitelná? Pokud ano, jaký je stupeň řešitelnosti?
 - (d) Kolik existuje homomorfismů $D_{26} \rightarrow S_3$?

Jméno:

5. (20 bodů) Určete stupeň rozkladového nadtělesa polynomu $f = x^4 + 2x^2 - 15$ nad \mathbb{Q} . Určete, kolik prvků má Galoisova grupa $\mathbf{Gal}(f/\mathbb{Q})$ a popište její jednotlivé prvky (tj. jak působí na rozkladovém nadtělese f). Je tato grupa abelovská? Je řešitelná?