

ALGEBRA 2 (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 5

Termín odevzdání: 4. 5. 2020 do 12:10 hod.

- (1) Dokažte, že $\mathbb{C}^*/N_n \cong \mathbb{C}^*$, kde pro libovolné $n \geq 1$ je

$$N_n = \{z \in \mathbb{C}^* \mid z^n = 1\}.$$

(5 bodů)

- (2) Kolik prvků má faktorokruh $\mathbb{Z}[i]/3\mathbb{Z}[i]$? Jedná se o těleso?

(5 bodů)

- (3) Buď $n \geq 4$ sudé a D_{2n} dihedralní grupa.

(a) Ukažte, že dvouprvková podgrupa $N \leq D_{2n}$ tvořená identitou a otočením o 180° je normální a že pro $n > 4$ platí $D_{2n}/N \cong D_n$.
(Nápověda: D_{2n} přirozeně působí na množině vrcholů pravidelného n -úhelníku. Faktorgrupa D_{2n}/N pak přirozeně působí na dvojicích protilehlých vrcholů n -úhelníku, které se dají šikově ztotožnit s vrcholy pravidelného $\frac{n}{2}$ -úhelníku.)

(b) Které čtyřprvkové grupě je isomorfní D_8/N (tj. případ $n = 4$)?

(5 bodů)