

## ALGEBRA 2 (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 3

*Termín odevzdání: 30. 3. 2020 do 12:10 hod.*

- (1) Najděte nejmenší takové  $n \geq 2$ , že
- (a) alternující grupa  $A_n$  obsahuje prvek řádu 10,
  - (b) grupa  $\mathbb{Z}_n^*$  obsahuje prvek řádu 10.
- Odpověď zdůvodněte.  
(5 bodů)
- (2) Popište podgrupu  $G$  grupy  $(\mathbb{Q}, +, -, 0)$  generovanou prvky  $\frac{2}{5}$  a  $\frac{7}{4}$ . Je tato grupa cyklická, tj. existuje  $g \in G$  takové, že  $G = \langle g \rangle$ ? Odpověď zdůvodněte.  
(5 bodů)
- (3) Dokažte, že
- $$\mathrm{GL}_2(\mathbb{R}) = \left\langle \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\rangle.$$
- (5 bodů)