

ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 5. 12. 2016 do 10:30 hod.

- (1) Spočítejte největšího společného dělitele prvků $2 - 3\sqrt{2}$ a $8 + \sqrt{2}$ v $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ a vyjádřete jej jako

$$(2 - 3\sqrt{2}) \cdot u + (8 + \sqrt{2}) \cdot v$$

pro vhodná $u, v \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$.

(5 bodů)

- (2) Vezměte množinu T všech polynomů nad \mathbb{Z}_2 stupně nejvýše 7 spolu s operacemi sčítání a násobení modulo

$$f = x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

(tento polynom je ireducibilní v $\mathbb{Z}_2[x]$, čili jde o těleso o 256 prvcích).

Najděte v T multiplikativní inverzi prvků x a $x^6 + x^2 + 1$.

(5 bodů)

- (3) Najděte v $\mathbb{Q}[x, y]$ největšího společného dělitele polynomů f a g , kde

$$f = 3x^3 + yx^2 - 3y^2x - y^3,$$

$$g = x^3 + yx^2 + (y^2 - 1)x + y^3 - y.$$

Odpověď zdůvodněte!

(5 bodů)