

ALGEBRA I (NMAG 201) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 2. 12. 2015 do 15:30 hod.

- (1) Vezměte množinu T všech polynomů nad \mathbb{Z}_2 stupně nejvýše 7 spolu s operacemi sčítání a násobení modulo

$$f = x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

(tento polynom je ireducibilní v $\mathbb{Z}_2[x]$, čili jde o těleso o 256 prvcích).

Najděte v T multiplikativní inverzi prvků x a $x^6 + x^2 + 1$.

(5 bodů)

- (2) Rozložte polynom $f = 3x^4 - 6x^2 - 6$ na součin ireducibilních prvků v $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ i v $\mathbb{Z}[x]$.

(5 bodů)

- (3) Ukažte, že $2 \cdot 2$ a $(1 + \sqrt{5}) \cdot (-1 + \sqrt{5})$ jsou v $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ dva rozklady čísla 4 na součin ireducibilních prvků. Ukažte dále, že žádné dva z prvků 2 , $(1 + \sqrt{5})$, $(-1 + \sqrt{5})$ nejsou asociované. To jest, rozklad na ireducibilní prvky v okruhu $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ není jednoznačný.

(5 bodů)