

ALGEBRA II (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 6

Termín odevzdání: 23. 5. 2016 do 10:30 hod.

- (1) Najděte komplexní čísla a_1, \dots, a_n tak, aby $T = \mathbb{Q}(a_1, \dots, a_n)$ bylo rozkladové nadtěleso polynomu $x^3 - 7 \in \mathbb{Q}[x]$. Pro každý prvek $g \in \text{Gal}(T/\mathbb{Q})$ popište, jak g působí na a_1, \dots, a_n .
(5 bodů)

- (2) Nechť T je rozkladové nadtěleso polynomu $f = x^3 + 18x + 3 \in \mathbb{Q}[x]$, které budeme uvažovat jako podtěleso \mathbb{C} .
Najděte všechna tělesa U taková, že $\mathbb{Q} \subseteq U \subseteq T$. U každého takového U určete stupeň rozšíření $[U : \mathbb{Q}]$ a vyjádřete jej jako $U = \mathbb{Q}(a_1, \dots, a_n)$ pro konečně mnoho komplexních čísel a_1, \dots, a_n vyjádřených pomocí kořenů polynomu f .
(5 bodů)

- (3) Kolik prvků mají rozkladová nadtělesa polynomů $x^4 + 2x^3 + 2$ a $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$? Odpověď zdůvodněte.
(5 bodů)