

ALGEBRA II (NMAG 202) – DOMÁCÍ ÚLOHY 4

Termín odevzdání: 18. 4. 2016 do 10:30 hod.

- (1) Určete minimální polynom $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ nad tělesem racionálních čísel. Odpověď zdůvodněte.
(5 bodů)

- (2) Nechť $T = \mathbb{Q}(x, y)$ je podílové těleso okruhu polynomů $\mathbb{Q}[x, y]$. Uvažujte prvky $\sigma_1 = x + y$ a $\sigma_2 = x \cdot y$ tělesa T . Určete stupeň rozšíření $[\mathbb{Q}(x, y) : \mathbb{Q}(\sigma_1, \sigma_2)]$ a najděte minimální polynom prvku $x - y$ nad tělesem $\mathbb{Q}(\sigma_1, \sigma_2)$. Odpovědi zdůvodněte.
(5 bodů)

- (3) Nechť $T = \mathbb{Z}_2$ a $S = \mathbb{Z}_2[x]/f\mathbb{Z}_2[x]$, kde $f = x^6 + x + 1$ je ireducibilní polynom v $\mathbb{Z}_2[x]$. Tj. $T \subseteq S$ je rozšíření těles. Dokažte, že prvek $\alpha = x + f\mathbb{Z}_2[x] \in S$ má nad T minimální polynom $m_{\alpha, T} = x^6 + x + 1$.
Uvažujte prvek $\beta = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha$. Najděte minimální polynom $m_{\beta, T}$ a určete stupně rozšíření $[T(\beta) : T]$ a $[S : T(\beta)]$.
(5 bodů)