Písemná část zkoušky z matematické analýzy pro informatiky A
letní semestr 2004–2005

Příklad 1. Spočtěte Newtonův integrál

$$\int_1^3 \sqrt{\frac{3-x}{x-1}}\,\frac{dx}{x}. \qquad \textbf{(15 bodů)}$$

Příklad 2. Vyšetřete stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci řady

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(4\sin^2 x\right)^n \left(\sqrt{n^2+3}-n\right), \qquad x \in \mathbb{R}. \qquad \textbf{(15 bodů)}$$

Příklad 3. Pomocí vhodné mocninné řady spočtěte číselnou řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 4. Rozviňte funkci

$$f(x) = x + |x|, \qquad x \in [-\pi, \pi),$$

do Fourierovy řady na $\mathbb{R}$. Rozhodněte, zda řada konverguje bodově na $\mathbb{R}$, a pokud ano, určete její součet. Pomocí této řady spočítejte

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$