

Diofantické rovnice. Rozumí se nalezení (všech) celočíselných řešení dané rovnice. Protože podle Matijasevičovy věty neexistuje žádný algoritmus, který by řešení spočítal (ba ani který by rozhodl, zda řešení existuje), ukážeme si postupně několik triků, které mohou pomoci v některých speciálních případech.

Dnešní triky:

- počítej modulo (tak aby část rovnice zmizela)
- mohu-li něco vyjádřit, udělám to
- mohu-li něco použít jako parametr, udělám to
- substituce (tak abych dostal tvar, který umím řešit)

Speciální případ: *lineární rovnice* $\sum_{i=1}^n a_i x_i = b$. Ta má řešení právě tehdy, když $\text{NSD}(a_1, \dots, a_n)$ dělí b , a mohu ho vyjádřit pomocí $< n$ parametrů.

1. Je možné pomocí třílitrového a sedmilitrového džbánu odměřit 8 litrů piva?
2. Po zahradě běhají psi, slepice a dvouhlaví trojnožci. Napočítali jsme 40 noh a 16 hlav. Kolik je tam kterých zvířat?
3. Řešte $4x + 14y + 21z = 5$.
4. Řešte $15x - 12y + 48z = 1$.
5. Řešte $2x + 3y + 5z = 1$.
6. Řešte $2x^2 + 5y + 13 = 0$.
7. Řešte $x(x + 3) = 5y^3 + 1$.
8. Řešte $2^x = 11 + 7y$.
9. * Řešte $1! + 2! + 3! + \dots + x! = y^2$.
10. Řešte $(x - y)^2 = x + y$.