

Požadavky ke zkoušce z Algebry, 2021/22

David Stanovský

Předmět zkoušky:

Teorie potřebná k úspěšnému vykonání zkoušky se nachází v učebním textu (můžete jej považovat za kompletní). Přečíst a pochopit byste měli všechny části, které se objevily na přednášce (viz tabulka na webu), i když na některé níže uvedené drobnosti se ptát nebudu. Čtete nejen holá znění definic, vět a důkazů, ale také ty pasáže mezi nimi, které objasňují kontext, a také všechny poznámky a příklady — často se ptám na příklady algebraických struktur splňujících jisté vlastnosti! K úspěšnému vykonání zkoušky je dále potřeba jistá *počtářská zručnost*: měli byste znát postupy řešení všech úloh ze cvičení a umět je aplikovat i na úlohy, které z nich nevznikly triviální záměnou hodnot.

Nebudu zkoušet:

- vícenásobné kořeny (sekce 3.5)
- řešení diofantických rovnic (sekce 6.3 a podobné úlohy)
- důkaz Gaussovy věty (žádné důkazy ze sekce 8.2), ale měli byste vědět, co to říká a jak se to použije na polynomy více proměnných
- formulaci obecného algoritmu na čínskou větu o zbytcích (poznámka pod důkazem věty 9.1)
- šifru AES
- vlastnosti lexikografických uspořádání (Gaussův algoritmus ano)
- Loydovu patnáctku (sekce 14.3)
- reprezentace grup (sekce 15.5)
- většinu sekce o diskretním logaritmu (sekce 16.3), stačí znát definici a Diffie-Hellmanův protokol
- grupy symetrií (sekce 17), ale měli byste mít představu, o čem se tam mluví, a znát rotace krychle
- 2. a 3. větu o izomorfismu pro grupy ani okruhy
- důkazy tvrzení o řešitelných grupách (sekce 19.3), stačí znát definici a příklady
- tvrzení 25.3 (velikost Galoisovy grupy je rovna stupni rozšíření), důkaz lemmatu 25.5 a tvrzení 25.6(2,3) (výpočet $Gal(x^n - 1/\mathbb{Q})$ ano)
- Cardanovy vzorce (sekce 26.1)
- důkaz Galoisovy věty (žádné důkazy ze sekce 26.2)

Průběh zkoušky:

Organizace:

- *písemný test*
 - 150 minut, 5-6 úloh, max. 72 bodů
 - první část, převážně na znění definic a vět a jednoduchou teorii, odevzdáváte po 75 minutách
- *ústní zkoušení*, zhruba 20 minut na přípravu, 15 minut zkoušení, max. 18 bodů
- max. 10 bodů za *kvízy* (deset nejlepších z dvanácti)
- v čase ústního zkoušení je možné konzultovat opravený test (úspěšný i neúspěšný)
- hodnocení (*předběžně*): hranice známek 55-67.5-80 bodů
- test 10:00-12:30, ústní zkoušení později odpoledne nebo druhý den dopoledne v intervalech cca 20 minut; časy upřesním vždy podle počtu účastníků a opravujících

Typy otázek v testu:

- definice, příklad, protipříklad ("která z následujících grup je řešitelná?", "uvedte grupu, která je řešitelná stupně přesně 3")
- znění vět, příklad, protipříklad ("napiš polynom stupně tři s pěti kořeny")
- důkazy typu "rozepiš definice a uvidíš", včetně takových, které nebyly na přednášce
- kratší důkazy z přednášky
- početní úlohy na grupy (v každém testu!) a ostatní témata, která nebyla v zápočtovce (polynomy více proměnných, symetrické polynomy a Vietovy vztahy, stupeň rozšíření, Galoisovy grupy (jen ty ze skript), apod.)

Jen zřídka dávám otázky, na něž je možné odpovědět citací rozsáhlé pasáže ze skript. Připravte se na otázky, které vytrhují nějaký argument z kontextu (odpovědí je část jistého důkazu ze skript), které jsou speciálním případem obecné věty ze skript ("dokažte, že v grupě S_n platí xxx", přičemž ve skriptech je důkaz, že to platí v každé grupě), drobné parafráze, atd. To vše s cílem, abych otestoval, zda tomu opravdu rozumíte.

Typy otázek na ústním:

- delší důkazy z přednášky: vysvětlit hlavní myšlenky důkazu a být schopen na požádání doplnit jakýkoliv detail, včetně důkazu lemmatu ("dokaž zobecněnou základní větu aritmetiky")
- vysvětlit ucelené téma ("vysvětlí neřešitelnost úloh pravítkem a kružítkem, ilustruj na úloze třetění úhlu")

Typicky lze odpovědět citací rozsáhlé pasáže ze skript. Připravte se na zvědavé otázky, abych zjistil, jestli tomu rozumíte ("kde jste použili tenhle předpoklad a co kdyby tam místo něj bylo něco jiného").

Ukázka tři roky starých testů:

- ZS: https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~stanovsk/vyuka/1819/algebra_zkzs1.pdf
- LS: https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~stanovsk/vyuka/1819/algebra_zkls1.pdf

Formát bude trochu jiný, ale můžete vyzorovat styl otázek.

Máte-li jakékoliv otázky nebo nápady, jak něco dělat lépe, neváhejte se (včas) ozvat.