<u>def</u>: $T \leq U \ni a$ ⇝ prvek a je <u>VYJÁDŘITELNÝ V RADIKÁLECH</u> nad T

pokud $\exists\, T = T_0 \leq T_1 \leq \dots \leq T_k$ t.ž. $a \in T_k$
& $\forall i$ T_i je rozkladové pro
nějaký polynom $x^{n_i} - a_i \in T_{i-1}[x]$

<u>def</u>: polynom $f \in T[x]$ je <u>ŘEŠITELNÝ V RADIKÁLECH</u> nad T

pokud je každý jeho kořen vyjádřitelný v radikálech nad T

tj. $\exists\, T = T_0 \leq \dots \leq T_k$ jako výše & T_k obsahuje rozkladové
nadtěleso pro f nad T

<u>Galoisova věta</u> (char $T = 0$): Buď $f \in T[x]$ st. ≥ 1. Pak

$$\boxed{\begin{array}{c} f \text{ je řešitelný v radikálech nad } T \\ \Updownarrow \\ \mathrm{Gal}(f/T) \text{ je řešitelná} \end{array}}$$

<u>Důsledek</u> (Al Chvárizmí, Tartaglia, Ferrari): Polynomy stupně ≤ 4 <u>jsou</u> řešitelné.

<u>Důsledek</u> (Abel - Ruffini): Existují polynomy stupně ≥ 5, které <u>nejsou</u> řešitelné.

Lemma 1: $T \leq S \leq U$, S, U rozkladová nad T

$\Rightarrow \mathrm{Gal}(U/S) \trianglelefteq \mathrm{Gal}(U/T)$ & $\mathrm{Gal}(U/T) / \mathrm{Gal}(U/S) \cong \mathrm{Gal}(S/T)$

Lemma 2: $T \leq S$ rozkladové, $g \in T[x]$ ireducibilní, g má v S kořen

$\Rightarrow$ g se v S rozkládá na lineární činitele.

Lemma 3: $T \leq S \leq U$, S rozkladové nad T, U rozkladové pro $x^n - a$ nad S
(char $T = 0$)

$\Rightarrow \exists V \geq U$ :: V rozkladové nad T
& $\mathrm{Gal}(V/S)$ řešitelná