

def: $f \in T[x]$ stupně ≥ 1

KOŘENOVÉ NADTĚLESO pro f nad T je libovolné $T(a)$ t.č. $f(a) = 0$

ROZKLADOVÉ NADTĚLESO pro f nad T je libovolné $T(a_1, \dots, a_n)$ t.č. $f((x-a_1) \dots (x-a_n))$

$$\sim T(a_1, \dots, a_n)[x]$$

def: $\text{Rd} T \leq U, V$, ~~tedy~~ tedy $\varphi: U \rightarrow V$ se nazývá T -izomorfismus je-li to obrnouhý izomorfismus \uparrow těžso obrnky & $\varphi(t) = t \quad \forall t \in T$.

Věta: Rd $f \in T[x]$ stupně ≥ 1 . Pak (1) je-li f irreducibilní, pak jsou zářďa dvě kořenová nadtělesa pro f nad T T -izomorfus
(2) žáďa dvě rozkladová nadt. pro f nad T jsou T -isom

Lemna 1: $T \leq U, V$ tělesa, $\varphi: U \rightarrow V$ T -izomorfismus, $f \in U[x]$ irreducibilní polynom.

Rd $U(a)$ kořenové pro f nad U , buď $V(b)$ kořenové pro $\varphi(f)$ nad V .

Pak $\exists \varphi: U(a) \rightarrow V(b)$ T -izomorfismus t.č. $\varphi(a) = b$ & $\varphi|_T = \text{id}$.

Lemna 2: $T \leq U, V$ tělesa, $\varphi: U \rightarrow V$ T -izomorfismus, $f \in U[x]$ ~~tedy~~ stupně ≥ 1 .

Rd \bar{U} rozkladové pro f nad U , buď \bar{V} rozkladové pro $\varphi(f)$ nad V .

Pak $\exists \varphi: \bar{U} \rightarrow \bar{V}$ T -izomorfismus t.č. $\varphi|_T = \text{id}$.

Lemma 1: Rozkladové nadtěleso polynomu $x^{p^k} - x$ nad \mathbb{Z}_p má p^k prvků.

Lemma 2: T těleso, $|T| = p^k \Rightarrow T$ je rozkladové pro $x^{p^k} - x$ nad \mathbb{Z}_p

$$a \sim [Tx] \text{ platí } x^{p^k} - x = \prod_{a \in T} (x - a)$$

Věta (klasifikace konečných těles):

- (1) Konečné těleso velikosti n existuje $\Leftrightarrow n = p^k$ (p prvoč.)
- (2) Konečná tělesna stejné velikosti jsou izomorfní.

Věta (reprezentace konečných těles):

Pro každé p prvočíslo, $k \in \mathbb{N}$ existuje $m \in \mathbb{Z}_p[x]$ ireducibilní stupně k

$$\& \mathbb{F}_{p^k} \simeq \mathbb{Z}_p[x]/(m)$$