Domácí úlohy 1.

odevzdat do 13.3. 14:00

Nezapomeňte uvést přezdívku, jméno cvičicího a čas cvičení.

1. (2 body) Rozhodněte, zda jsou permutace (1 2 3 4 5) a (1 5 3 4 2) konjugované v grupě $\mathbf{A}_5$.

2. (4 body) Najděte nejmenší n takové, že

(a) grupa $\mathbf{A}_n$ obsahuje prvek řádu 10,

(b) grupa $\mathbb{Z}_n^*$ obsahuje prvek řádu 10.

3. (3 bodů) Buď $\mathbf{G} = \langle \frac{4}{5}, \frac{7}{3} \rangle \leq \mathbb{Q}$. (Rozumí se aditivní grupa $\mathbb{Q}$.) Jak vypadají prvky této grupy? Je tato grupa cyklická, tj. existuje $a \in G$ takové, že $\mathbf{G} = \langle a \rangle$?

4. (3 body) Dokažte, že $\mathbf{A}_n = \langle (1\ 2\ 3), (1\ 2\ 4), \ldots, (1\ 2\ n) \rangle$.

5. (3 bodů) Dokažte, že

$$GL_2(\mathbb{Q}) = \left\langle \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \right\rangle$$