

Jméno:

E-mail:

1. (20 bodů) Buď $f = y^3 - 3xy^2 + x$. Uvažujte projektivní křivku danou polynomem f^* . Určete body v nekonečnu, jejich násobnosti, všechny tečny a křížicí číslo $I(A, f^* \cap t)$ pro jeden takový zvolený bod a jednu zvolenou tečnu t .
2. (20 bodů) Definujte křížicí číslo (v afinním případě), napište co nejvíc vlastností a zdůvodněte, proč je invariantní vůči afinní transformaci. (Důkaz napište co nejdetailněji!)
3. (20 bodů) Formulujte a dokažte větu o tom, jak souvisí $|V|$ a dimenze $K[\bar{x}]/I(V)$. Formulujte věty, které v důkazu používáte. Spočtěte tuto dimenzi pro $V = V(x^3 - x^2 - xy^2 + y^2, x^2 - x + xy - y)$ nad \mathbb{C} .
4. (20 bodů) Dokažte, že pokud je A jednoduchý bod na křivce f , pak $O_A(f)$ je diskrétní valuační obor. Co je generátorem $M_A(f)$?
5. (20 bodů) Definujte homogenní ideál a dokažte, že homogenní ideály jsou právě ty generované homogenními polynomy (tj. formami). Je ideál $(x - y^2 + yz, -x - y^2 + yz)$ v $K[x, y, z]$ homogenní?