

Tvrzení a definice pečlivě formulujte včetně všech předpokladů. Odpovědi na otázky zdůvodněte. Pokud používáte nějaké netriviální tvrzení z přednášky, uveďte explicitně odkaz (často budete vyzváni, abyste všechna použitá tvrzení zformulovali). Časový limit je 120 minut.

1. (4 bodů) Formulujte zobecněnou čínskou větu o zbytcích. Stručně vysvětlete, jak z ní plyne klasická věta o interpolaci polynomů.
2. (6 bodů) Uveďte tři ekvivalentní definice volné báze daného modulu.
3. (4 bodů) Uveďte vzorec pro výpočet normy a stopy prvku v daném rozšíření a) pomocí matice jistého zobrazení, b) pomocí hodnot jistých zobrazení.
4. (6 bodů) Uvažujme rozšíření $\mathbb{F}_9 \leq \mathbb{F}_{81}$ (konečná tělesa dané velikosti). Je toto rozšíření jednoduché? Galoisovo? separabilní? Pojmy definujte, odpověď zdůvodněte.
5. (15 bodů) Formulujte a dokažte větu o jednoduchém rozšíření (za jistých předpokladů je $U = T(a)$).
6. (15 bodů) Dokažte větu o korespondenci podmodulů modulu M a faktormodulu M/K .
7. (15 bodů) Spočtěte Galoisovu grupu rozkladového nadtělesa polynomu $x^4 - 2$. (Kolik má prvků, s kterou známou grupou je izomorfní?) Formulujte všechna tvrzení, která používáte.
8. (10 bodů) Spočtěte Jacobsonův radikál okruhu všech spojitých reálných funkcí $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, s operacemi po složkách (tj. součet funkcí f, g je funkce, která x přiřadí $f(x) + g(x)$ apod.)