

9. ZKOUŠKOVÁ PÍSEMKÁ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně zdůvodněte. Každý příklad je bodován 10 body.

(a) Uvažujme předpis

$$Tf(t) = tf(t), \quad t \in [0, 1].$$

(4 body) Zjistěte, zda je T spojitý operátor na $L_1([0, 1])$ a spočtěte jeho normu.

(3 body) Zjistěte, zda je T spojitý operátor na $L_\infty([0, 1])$ a spočtěte jeho normu.

(3 body) Zjistěte, zda je T izomorfismus z $L_1([0, 1])$ do $L_1([0, 1])$.

(b) Necht' $X = L_2([0, 1])$ uvažovaný jako prostor nad \mathbb{C} a uvažujme předpis

$$(Tf)(x) = x \int_0^1 t^2 f(t) dt + x^2 \int_0^1 f(t) dt, \quad x \in [0, 1], f \in X.$$

(2 body) Ukažte, že T je spojitý lineární operátor na X .

(1.5 bodu) Zjistěte, zda je T kompaktní.

(5 bodů) Nalezněte bodové spektrum T .

(1.5 bodu) Nalezněte spektrum T .